

THÈSES

présentées

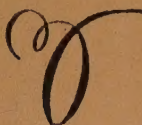
à la Faculté des Sciences de l'Université de Nantes

pour obtenir

le Grade de Docteur-ès-Sciences

par

Daniel TARDY



1^{ère} THESE : Contribution à l'étude du seuil de plasticité

2^{ème} THESE : *Propositions données par la Faculté :*

Etude de la pulvérisation d'un liquide sous pression

Soutenues le 25 mai 1964 devant la Commission d'Examen

M. PIRONNEAU

Président

M. BRILLOUET

M. RAVILLY

} *Examineurs*

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Nantes

pour obtenir

le Grade de Docteur-ès-Sciences

par

Daniel TARDY

1^{ère} THESE : Contribution à l'étude du seuil de plasticité

2^{ème} THESE : Propositions données par la Faculté :

Etude de la pulvérisation d'un liquide sous pression

Soutenues le 25 mai 1964 devant la Commission d'Examen

M. PIRONNEAU

Président

M. BRILLOUET

M. RAVILLY

} *Examineurs*

UNIVERSITE de NANTES

FACULTE des SCIENCES

Doyen M. BRILLOUET

Assesseur M. PIRONNEAU

Professeurs Titulaires	MM. BRILLOUET	Mathématiques
	PAUC	"
	PETRESCU	"
	PIRONNEAU	Mécanique
	RAVILLY	"
	BOULLOUD	Physique
	COLLET	"
	DUNOYER	Chimie
	GRAFF	"
	VAUGIEN	Biologie Animale
	GARRIGUES	Biologie Végétale
	Mlle DEBRAUX	" "
	M. GOURINARD	Géologie

Professeurs et Maîtres de Conférences	MM. MOLINARO	Mathématiques
	VIVIER	"
	BALQUET	Mécanique
	AVIGNON	Physique
	GOUREAUX	"
	LASKAR	"
	LERMUSIAUX	"
	MEZENECV	"
	MINN	"
	MOUTON	"
	JOLIVET	Chimie
	GOBIN	"
	QUINIOU	"
	ROUXEL	"
	WOJTKOWIAK	"
	PIERI	Biologie Animale
	SELLIER	" "
	OTTMANN	Géologie

Secrétaire : M. PAILLET

A Monsieur Albert CAQUOT

en témoignage de très profonde et affectueuse admiration

AVANT - PROPOS

Je remercie M. le Recteur SCHMITT de m'avoir encouragé à entreprendre cette thèse et M. le Professeur PIRONNEAU, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique, d'avoir bien voulu me faire profiter de son expérience, me guider de ses conseils au long de cette étude et assumer la présidence du Jury.

Ma reconnaissance s'adresse également à M. le Doyen BRILLOUET et à M. le Professeur RAVILLY qui ont accepté de faire partie de ce jury.

Une partie importante des expériences dont il est rendu compte ci-après a été effectuée à l'Etablissement National d'INDRET, dirigé par M. l'Ingénieur Général du Génie Maritime CUCHET à qui je tiens à rendre un respectueux hommage.

J'exprime ma gratitude aux diverses personnes qui ont bien voulu me prêter leur concours pour la réalisation des éprouvettes, l'exécution des expériences et des examens métallurgiques et à celles qui ont assuré l'édition du manuscrit.

TABLE DES MATIERES

Notations	
Introduction	page 1
I - Les divers critères envisagés	" 4
II - Esquisse d'une théorie	" 17
III - Interprétation de 2 expériences antérieures	" 20
IV - Expériences personnelles - Méthodes expérimentales	" 25
4,1 - Description de l'installation d'essais pour éprouvettes tubulaires	" 26
4,2 - Mise au point de l'installation	" 31
4,3 - Essais effectués	" 39
4,3.- 1 - Calcul des contraintes principales	" 39
4,3.- 2 - Précision des résultats, détermination de l'erreur	" 41
V - Résultats des expériences personnelles	" 43
5,1 - Essais sur aciers au carbone	" 43
5,1.- 1 - Essais sur une tôle de 10 mm d'épaisseur	" 44
5,1.- 2 - Essais sur une tôle de 32 mm d'épaisseur	" 46
5,1.- 3 - Essais sur une tôle de 125 mm d'épaisseur	" 48
5,2 - Essais sur acier inoxydable	" 56
5,3 - Expériences avec un alliage léger fortement anisotrope	" 66
Conclusion	" 85
Annexe : Bibliographie	" 87

Notations

Les notations adoptées sont conformes à la norme AFNOR : NF x 02-106 « Symboles de la mécanique des matériaux », homologuée en janvier 1963 .

S = Aire d'une surface

F = Force

σ = Contrainte normale

τ = Contrainte tangentielle

$$\begin{bmatrix} e_1 & g_3 & g_2 \\ g_3 & e_2 & g_1 \\ g_2 & g_1 & e_3 \end{bmatrix}$$

Matrice des composantes
du tenseur des déforma-
tions

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & \tau_3 & \tau_2 \\ \tau_3 & \sigma_2 & \tau_1 \\ \tau_2 & \tau_1 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Matrice des composantes du tenseur des contraintes $[\sigma_{ij}]$

σ_I , σ_{II} , σ_{III} = Contraintes principales dans les directions principales I , II , III

σ_a , σ_r , σ_θ = Contraintes principales sur éprouvettes tubulaires dans des directions axiale, radiale et circonférentielle .

p = Pression

E = Module d'élasticité longitudinale

ν = Nombre de Poisson

L_0 = Longueur entre repères avant application de la charge

S_0 = Section initiale de la partie calibrée

$R_e = \frac{F_e}{S_0}$ = Limite apparente d'élasticité (égale au quotient de la charge F_e à la limite apparente d'élasticité, par la section initiale)

$R = \frac{F_m}{S_0}$ = Résistance à la traction (quotient de la charge nominale par la section initiale de l'éprouvette)

$A = \text{Allongement pour cent après rupture} = \frac{L_u - L_0}{L_0} \times 100$, le terme $(L_u - L_0)$ désignant l'allongement rémanent après rupture .

Au cours du texte les numéros entre crochets [] renvoient à la bibliographie rassemblée en Annexe.

INTRODUCTION

Les diverses déformations que l'on peut obtenir sous charge avec un corps donné, non visqueux, peuvent être classées en deux grandes catégories :

- les déformations irréversibles (ou « permanentes ») qui constituent le phénomène normal quand le corps n'est pas parfaitement éduqué;
- les déformations « élastiques », essentiellement réversibles, du moins en première approximation, qui correspondent au corps parfaitement éduqué, soit que cette éducation résulte d'un traitement mécanique ou thermique spécial (laminage, tréfilage, martelage etc...), soit qu'elle ait été obtenue par répétition des mêmes chargements entre des limites convenables (éducation par fixation d'un cycle dans le cas des corps dits à « accommodation » [1])

Comme tous les phénomènes réversibles en physique, l'élasticité est essentiellement une propriété limite dont les phénomènes réels s'écartent plus ou moins. La rupture de certains corps soumis à des essais de fatigue, dans un domaine où leurs déformations semblent demeurer parfaitement élastiques, montre bien l'existence de certaines irréversibilités progressivement causes de la rupture sous l'action répétée du chargement .

Si le chargement donne naissance à un état de contraintes homogène dans le matériau étudié, l'expérience montre que, pour les déformations élastiques, contraintes et déformations sont liées par des relations bi-univoques dont les coefficients sont constants et caractéristiques du matériau.

Dans les déformations permanentes au contraire, les contraintes ne sont pas fonction des seules déformations mais dépendent également de tous les états antérieurs du corps (par exemple de son écrouissage ou de sa relaxation).

La frontière entre ces deux séries de déformations constitue ce que nous appellerons le seuil de plasticité . Ce seuil de plasticité peut pratiquement coïncider avec la rupture dans le cas des corps fragiles (par exemple la fonte) .

En négligeant les phénomènes de fatigue ou de fluage, c'est-à-dire en nous plaçant dans le cas des charges statiques appliquées lentement à la température ambiante, on peut admettre que l'apparition de déformations plastiques en un point ne dépend que de l'état

des contraintes en ce point. Le « critère de plasticité » dans ces conditions est la condition valable pour l'ensemble des états de contraintes, pour qu'au point considéré, apparaissent les premières déformations plastiques.

Lorsque, par suite des sollicitations extérieures, le champ de contraintes n'est pas uniforme à l'intérieur du corps, il existe, lorsqu'on fait croître la sollicitation, un point au moins où le seuil de plasticité est atteint en premier. C'est en ce point que se produit la première déformation plastique, laquelle est limitée par les déformations voisines qui sont encore élastiques, donc d'amplitude très faible. L'interaction de ces déformations plastiques et élastiques déterminera le phénomène de l'adaptation. Cette première déformation plastique sera donc difficile à détecter. On peut ainsi croire à un accroissement du domaine élastique, lorsque le champ de contrainte n'est pas uniforme, ou lorsque le matériau n'est pas homogène.

Dans des expériences très soignées avec l'acier doux recuit, MORRISSON [2] a trouvé que le seuil de plasticité semblait varier avec la dimension absolue du spécimen.

Il a été suggéré par COOK [3] et par COOK et ROBERTSON [4] que la limite élastique dans l'acier doux est un peu plus élevée quand la distribution des contraintes n'est pas uniforme (comme en flexion, ou dans un tube expansé par pression interne).

Ceci peut être vrai pour les métaux en général, étant donné qu'il y a des raisons théoriques pour supposer qu'un certain volume minimum de matériau plastique doit être produit avant de pouvoir détecter le glissement, avec des instruments de mesures insuffisamment sensibles.

L'hypothèse implicite du critère de plasticité, qui suppose l'apparition des déformations plastiques fonction seulement des contraintes, suppose que soient respectées les hypothèses mêmes de la théorie des contraintes, savoir :

- le milieu est continu, ce qui n'est pas vrai à l'échelle des grains ou cristaux dans le cas des métaux ou des roches.
- les forces appliquées sur des éléments de volume infiniment petits du 3^{ème} ordre sont du même ordre de grandeur.
- les couples appliqués sur des éléments de volume infiniment petits du 3^{ème} ordre sont des infiniment petits du 4^{ème} ordre au moins, ce qui exclut théoriquement le cas des corps magnétiques.
- les forces élastiques sont appliquées aux éléments de surface, ce qui néglige l'épaisseur des feuillets de molécule.

Dans le cas des corps isotropes, à l'état naturel non contraint, les directions principales du tenseur des contraintes n'interviennent pas et le critère cherché dépendra, a priori, de l'ensemble des contraintes et, par conséquent, de la grandeur des trois contraintes principales $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$, sous la forme $F(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) = 0$. Les valeurs négatives de la fonction F correspondent alors aux déformations élastiques, les valeurs positives ayant trait aux déformations plastiques.

L'équation précédente dans un système d'axes trirectangles $O\sigma_I, O\sigma_{II}, O\sigma_{III}$ représente une « surface limite » qui, en raison de l'isotropie du matériau, admet pour axe de symétrie la droite également inclinée sur les trois axes de coordonnées. L'espace défini par ce système d'axes trirectangles est souvent désigné comme « espace d'Haigh [5] et Westergaard [6] ».

La recherche du critère de plasticité est, pour chaque substance, un problème particulier.

La surface frontière des déformations élastiques constitue une caractéristique physique de la substance à déterminer par l'expérience, au même titre que sa perméabilité magnétique ou sa résistivité. La finesse croissante des moyens d'observation soulignera vraisemblablement l'apparence macroscopique de ces caractéristiques et leur mécanisme statistique profond.

Le dépassement de la limite élastique étant généralement déduit d'une singularité du diagramme contrainte-déformation, la précision obtenue dans la détermination du critère cherché varie nettement avec le matériau [7] ou avec les conditions expérimentales.

Avec les matériaux fragiles, pour lesquels la rupture suit de près la limite pratique des allongements purement élastiques, on peut, dans une certaine mesure, admettre que si ces matériaux étaient homogènes et isotropes à l'état de repos, ils le sont encore à l'instant de la rupture. Les conclusions relatives aux charges de rupture s'appliquent alors aux charges sous lesquelles se produiraient les premières déformations permanentes de matériaux plus ductiles. Toutefois, pour ces corps fragiles, les expériences les mieux conduites donnent toujours une dispersion importante attribuée à la présence de fissures microscopiques préexistant dans tous les solides.

Enfin, la possibilité de contraintes initiales en l'absence de charges est une source d'incertitude, soit dans la détermination initiale du critère, soit dans son application.



Chapitre I

LES DIVERS CRITERES ENVISAGES

1°) Théorie de la contrainte principale de valeur absolue maximale .

Elle serait due à GALILEE et à LEIBNITZ . Reprise ensuite par NAVIER [8] elle a été adoptée par LAME, CLAPEYRON, le général VIRGILE, en Allemagne par CLEBSCH et en Angleterre, par RANKINE .

$$\sigma_I = \sigma_E$$

La surface limite dans le système d'axes trirectangles $O\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ est un cube centré en O et d'arêtes de longueur $2\sigma_E$ parallèles aux axes de coordonnées.

Ce critère est en désaccord avec les faits expérimentaux.

- dans le cas du cisaillement simple, pour lequel $\tau = \sigma_I = -\sigma_{II}$; $\sigma_{III} = 0$, il donnerait une limite au cisaillement égale à la limite en traction simple, alors qu'elle est très différente;

- dans le cas de la pression hydrostatique $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III} = -p$ où il donnerait une pression limite égale à la valeur de la contrainte limite en traction simple, alors que cette pression n'a pas de limite dans le cas des corps pleins.

Ce critère a parfois été étendu en admettant une contrainte limite $-\sigma_E^t$ (σ_E^t positif) en compression simple différente en valeur absolue de la contrainte limite en traction simple. La surface limite est alors un cube non centré en O et d'arêtes parallèles aux axes de coordonnées et de longueur $\sigma_E + \sigma_E^t$ (théorie de LAME-NAVIER)

2°) Théorie de la dilatation principale maximale - Saint - Venant (1837) Poncelet (1839)

2,1) D'après la forme initiale de ce critère, la plasticité surviendrait lorsque la dilatation principale en extension atteindrait une valeur critique. Dans cette hypothèse, la contrainte limite en traction pure σ_E serait égale à la contrainte limite en compression pure σ_E^t multipliée par le coefficient de POISSON.

$$\sigma_E = \nu \sigma_E^t$$

ce qui, pour un métal de coefficient de Poisson de l'ordre de 0,3, donnerait une résistance en compression pure plus de trois fois supérieure à la résistance critique en traction simple, résultat contraire à l'expérience .

2,2) Il a ensuite été admis que survenait le seuil de plasticité lorsque la plus grande des trois dilatations principales en valeur absolue atteignait la valeur critique $\frac{\sigma_E}{E}$.

La surface limite correspondante est un parallélépipède à six faces losanges limitées par l'intersection des plans d'équation.

$$\sigma_i - \nu (\sigma_{i+1} + \sigma_{i+2}) = \pm \sigma_E \quad \begin{matrix} i \\ i+1 \\ i+2 \end{matrix} = 1, 2, 3 \quad \text{par permutation circulaire}$$

Cette théorie est en contradiction avec l'expérience dans le cas de la compression hydrostatique où elle donne pour la pression la valeur limite

$$p = \frac{\sigma_E}{1-2\nu}$$

Dans le cas du cisaillement simple, elle donne comme valeur critique de la contrainte de cisaillement

$$\tau = \frac{\sigma_E}{1+\nu}$$

c'est-à-dire $\tau \sim 0,776 \sigma_E$ pour un acier de module de Poisson $\nu = 0,3$

2,3) Ce critère a ensuite été étendu en admettant pour la dilatation principale critique deux valeurs distinctes

$$\frac{\sigma_E}{E} \text{ et } \frac{\sigma'_E}{E} \quad \text{en extension et en contraction.}$$

La surface limite est alors constituée par deux pyramides inversées à trois faces latérales chacune; la section de chaque pyramide par un plan quelconque perpendiculaire à son axe (axe également incliné sur les directions positives des axes de coordonnées) forme un triangle rectangle.

2,4) - SANDEL (Stuttgart 1919) aurait étendu à nouveau ce critère en supposant l'apparition de plasticité liée à une valeur critique de la dilatation cubique ($e_I + e_{II} + e_{III}$)

Cette hypothèse est toutefois infirmée par le comportement des métaux au voisinage de la température ambiante: pour une élévation de température de 100°C, la dilatation thermique atteint une valeur du même ordre de grandeur que les plus fortes dilatations élastiques, sans que la résistance du matériau soit sensiblement modifiée.

3°) Théorie de l'énergie totale de déformation - Beltrami (1885)

La plasticité surviendrait, d'après cette théorie, lorsque la densité de l'énergie totale de déformation élastique emmagasinée par le corps atteint en un point une valeur critique $\frac{\sigma_E^2}{E}$

$$w = \frac{1}{2} (\sigma_I e_I + \sigma_{II} e_{II} + \sigma_{III} e_{III}) = \frac{1}{2E} (\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_I \sigma_{II} + \sigma_{II} \sigma_{III} + \sigma_{III} \sigma_I) = \frac{\sigma_E^2}{2E}$$

Cette théorie est en contradiction avec l'expérience dans le cas d'une pression hydrostatique dont elle donne pour valeur limite

$$p = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3(1-2\nu)}}$$

Dans le cas du cisaillement simple, elle donne comme valeur limite de la contrainte de cisaillement

$$\tau = \frac{\sigma_E}{\sqrt{2(1+\nu)}} \quad \text{c'est-à-dire } \tau \sim 0,62 \sigma_E \quad \text{pour un acier de coefficient de Poisson } \nu = 0,3$$

Les critères précédents résultent de pures spéculations philosophiques à une époque où l'on n'avait pas encore pris conscience du caractère essentiellement spécifique, donc expérimental, de la propriété de limite élastique. Ils sont formellement contraires aux diverses expériences de mise en compression triple des matériaux.

Sous l'action des pressions hydrostatiques, les plus importantes qu'on puisse actuellement réaliser, on a, en effet, constaté [9] les phénomènes suivants :

- les matériaux à structure poreuse ou lâche comme le bois subissent des déformations importantes (le bois comprimé ne flotte plus) sans jamais atteindre la rupture. Il convient cependant de prendre des précautions (interposition d'une membrane) pour éviter l'entrée du liquide sous pression dans les microfissures superficielles, laquelle pourrait entraîner l'éclatement du matériau quand on fait décroître rapidement la pression.

- les solides imperméables polycristallins (métaux, roches) ou amorphes, sont toujours comprimés élastiquement sous tenseur sphérique des contraintes .

Les expériences de BRIDGMAN [10], en particulier, montrent que, pour les pressions hydrostatiques élevées, la limite élastique tend plutôt à augmenter légèrement, tandis que la ductilité s'améliore. Ce fait a été confirmé par les expériences de COOK avec un ressort soumis à une charge très légèrement inférieure à la limite élastique, puis soumis à une pression hydrostatique supérieure à 6 fois le cisaillement maximum dans le fil du ressort, sans aucun accroissement des déformations permanentes.

On en conclut que la surface limite ne peut rencontrer l'axe d'équation $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ sur son côté négatif.

En traction triple, par contre, la résistance est limitée, particulièrement dans le cas des sols .

$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

D'autres critères tiennent compte de ces phénomènes .

4°) Critère de Tresca [11]

A la suite d'expériences sur le plomb, l'étain, le cuivre, l'argent, l'acier, les « pâtes céramiques » et les « grès en poudre » TRESCA admet que la déformation plastique en un point commence lorsque sur une facette le cisaillement atteint une valeur critique : $\tau = \tau_E$

La surface limite est un prisme hexagonal régulier de longueur infinie, dont l'axe passant par le centre de coordonnées est également incliné sur les directions positives des axes de coordonnées.

Ce critère trouve une confirmation avec les matériaux très ductiles (plomb, certains aciers peu alliés ou aciers au Ni, en général métaux purs, non alliés) dans l'apparition des lignes de glissement approximativement orientées dans la direction du cisaillement maximum, c'est-à-dire à 45° de la direction de l'effort de traction pour une éprouvette de traction simple .

Par contre, pour les matériaux fragiles à « microstructure cristalline » dont l'isotropie est seulement « globale », qui peuvent se déformer légèrement dans le domaine plastique avant rupture, l'angle des lignes (des plans) de glissement diffère considérablement des directions de cisaillement maximal . D'autre part, pour ces matières, les contraintes limites - quand on peut les mesurer - en traction et compression simple diffèrent nettement . C'est, par exemple, le cas de la fonte .

5^a) Critères de Coulomb (1773) , Duguet, Guest .

Confirmé par DUGUET [12] (matériaux en compression bi-axée) , COULOMB suppose que les déformations élastiques cessent lorsque le cisaillement τ sur une facette atteint une valeur critique, fonction linéaire de la contrainte normale σ sur cette facette :

$$|\tau| = \tau_1 + \mu \sigma$$

C'est la loi de TRESCA complétée par une composante de frottement de coefficient μ .

GUEST [13] propose comme critère , σ_{II} désignant la contrainte principale intermédiaire ($\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$)

$$\sigma_I - \sigma_{III} = c_1 + c_2 (\sigma_I + \sigma_{III})$$

Plus récemment, pour les corps fragiles , BURTON [14] a proposé de tronquer, dans l'espace $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$, la surface hexagonale correspondant à ce critère pour en remplacer le sommet par une pyramide triangulaire .

GOUZOU [15] a dernièrement proposé un critère de la forme $\tau^* = \tau_0 - \xi \sigma_n^I, \sigma_n^I$ désignant la différence entre la contrainte normale sur le plan considéré et la « contrainte hydrostatique »

$$\frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3}$$

τ_0 et ξ étant caractéristiques du matériau .

Ce critère n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux sur les métaux. Il est, par contre, valable pour les corps pulvérulents.

6^o) Théorie de l'énergie de déformation de glissement (Von Misès 1913) [16]

En considérant la variation de volume :

$$\frac{\Delta v}{v} = e_I + e_{II} + e_{III} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})$$

comme due à une pression hydrostatique :

$$p = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3}$$

le « déviateur » du tenseur des contraintes (tenseur défini par $s_{ij} = t_{ij} - p \delta_{ij}$) ayant mêmes directions principales et pour contraintes principales $\sigma_I^I = \sigma_I - p$, $\sigma_{II}^I = \sigma_{II} - p$, $\sigma_{III}^I = \sigma_{III} - p$ ne donne pas de variation de volume .

L'énergie absorbée par la variation de volume a pour valeur

$$w_1 = \frac{1}{2} p \frac{\Delta v}{v} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2)$$

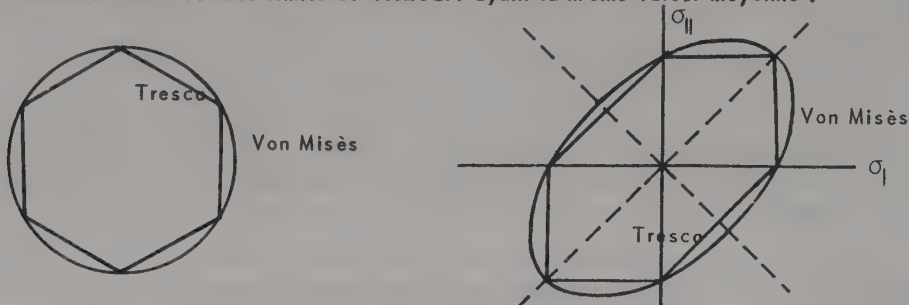
L'énergie absorbée par la déformation de glissement a pour valeur $w_2 = w - w_1$, w désignant l'énergie totale indiquée au paragraphe 3

$$w_2 = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2] = \frac{1}{12G} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]$$

Le critère de l'énergie de déformation de glissement suppose que la limite élastique en un point est atteinte lorsque la densité w_2 de cette énergie atteint une valeur critique $\frac{1+\nu}{3E} \sigma^2$ désignant la valeur critique de la contrainte principale en traction simple.

La surface limite correspondante dans le système d'axes trirectangles $O \sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ est un cylindre circulaire dont l'axe passe par l'origine et est également incliné sur les directions positives des axes de coordonnées.

La section de cette surface par un plan perpendiculaire à son axe de symétrie est un cercle dont les points se trouvent éloignés au plus de $\pm 8\%$ du rayon par rapport aux points correspondant à la section de la surface limite de TRESCA ayant la même valeur moyenne.



En raison de sa forme mathématique relativement simple, la relation de VON MISES est d'un emploi très fréquent. Elle s'est montrée particulièrement proche de certains résultats expérimentaux [17]. Sa signification physique a donné lieu à diverses interprétations : cisaillement octaédrique de NADAI (voir par, 8), « pouvoir plastifiant » de SCHNADT [18].

En cisaillement simple, un tel critère donne comme valeur critique de la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}} = 0,577 \sigma_E$$

En traction hydrostatique, il n'y aurait pas de limite élastique, ce qui est contraire à l'expérience de rupture des corps.

Les contraintes principales n'intervenant que par le carré de leurs différences, les domaines de traction et de compression simple auraient des limites identiques en valeur absolue, ce qui n'est pas le cas de nombreux matériaux.

7°) Théorie mixte de l'énergie de M.I. Huber et Hencky

Le critère de l'énergie de distorsion ne pouvant convenir dans le cas de la traction triple, H. HENCKY [19] et M.I. HUBER [20] ont proposé de prendre ce critère dans le cas des pressions moyennes

$$p = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3} \quad \text{négatives (compression)}$$

et de lui substituer celui de l'énergie totale (Beltrami par. 3) quand la pression moyenne est positive (traction).

Les deux densités d'énergie devant être égales pour $p=0$, il faut en cisaillement simple

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2(1+\nu)}} \sigma_E = -\frac{\sigma'_E}{\sqrt{3}}$$

σ_E et σ'_E désignant la valeur critique de la contrainte principale en traction simple (σ_E) et en compression simple (σ'_E), ce qui entraîne

$$\sigma'_E = -\frac{\sqrt{3} \sigma_E}{\sqrt{2(1+\nu)}}$$

c'est-à-dire pour un métal de coefficient de Poisson $\nu = 0,3$: $\sigma'_E = -1,08 \sigma_E$

D'après HILL [21] p. 20 la signification physique de ce critère ne serait pas très générale.

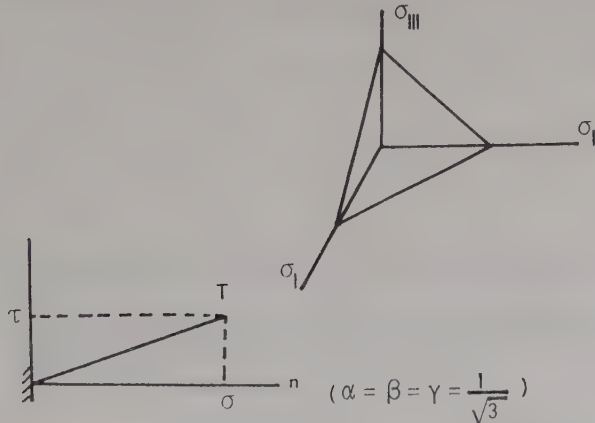
Par ailleurs, en traction hydrostatique, cette théorie donne

$$\sigma = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3(1-2\nu)}} \sim 0,91 \sigma_E \quad \text{pour } \nu = 0,3$$

ce qui impliquerait une valeur plus faible qu'en traction simple, contrairement à ce qu'enseigne l'expérience pour les matériaux usuels.

8°) Théorie à base du cisaillement octaédrique (τ_{oct})

Si l'on considère l'octaèdre circonscrit à la sphère de rayon unité, dont les faces sont perpendiculaires aux directions de cosinus directeurs $\alpha \beta \gamma$ égaux à $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ la contrainte sur



chaque face de l'octaèdre a pour composante normale :

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3}$$

et pour composante tangentielle en valeur absolue

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}$$

8,1 - Le critère de VON MISES étudié au par. 7 s'écrit simplement $\tau_{oct} = k$ constante.

8,2 - F. SCHLEICHER [22] a suggéré une formule plus générale $\tau_{oct} = f(\sigma_{oct})$ qui englobe comme cas particulier le critère de Beltrami.

La surface limite correspondante est une surface de révolution dont l'axe est également incliné sur la direction positive des 3 axes de coordonnées $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$

En désignant par $O\sigma_{III}^I$ l'axe de cette surface, $O\sigma_I^I$ et $O\sigma_{II}^I$ deux axes perpendiculaires situés dans le plan d'équation $\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} = 0$, $O\sigma_{II}^I$ étant situé dans le plan $\sigma_I O\sigma_{III}^I$, l'équation de cette surface limite peut s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_I &= \frac{\sigma_I^I}{\sqrt{6}} + \frac{\sigma_{II}^I}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_{III}^I}{\sqrt{3}} \\ \sigma_{II} &= \frac{\sigma_I^I}{\sqrt{6}} - \frac{\sigma_{II}^I}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_{III}^I}{\sqrt{3}} \\ \sigma_{III} &= -\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_I^I + 0 + \frac{\sigma_{III}^I}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\} : \sigma_{III}^I = F (\sigma_I^{I^2} + \sigma_{II}^{I^2})$$

Cette condition a été approuvée par C. TORRE [23] quand la contrainte limite en compression simple a une valeur absolue très différente de celle en traction simple.

9°) Critères faisant intervenir le déviateur [24]

Une expression de la forme $f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) = 0$ peut s'écrire en fonction des invariants I_1, I_2, I_3 du tenseur des contraintes σ_{ij} (coefficients de l'équation en S : $-S^3 + I_1 S^2 - I_2 S + I_3 = 0$ dont $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$ sont les racines)

$$F(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} I_1 = \sum_i \sigma_{ii} & = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} \\ I_2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} (\sigma_{ii} \sigma_{jj} - \sigma_{ij}^2) & = \sigma_I \sigma_{II} + \sigma_{II} \sigma_{III} + \sigma_{III} \sigma_I \\ I_3 = \frac{1}{3} \sum_{ijk} (\sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki}) & = \sigma_I \sigma_{II} \sigma_{III} \end{cases}$$

* (voir nota 1 et 2)

En posant $p = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3}$ le déviateur $\|s_{ij}\|$ du tenseur des contraintes $\|\sigma_{ij}\|$ est un tenseur S défini par l'équation :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij} \quad \| \delta_{ij} \| \text{ tenseur de Kronecker.}$$

*
NOTA

1) On substitue parfois à I_2 l'invariant $I_2' =$ défini par $I_1'^2 = 2 I_2' + 2 I_2$

2) L'invariant I_3 est égal au déterminant $|T|$ de la matrice σ_{ij}

On peut prendre pour invariants du déviateur les 3 quantités J_1, J_2', J_3 définies de la manière suivante :

$$J_1 = \sum_i s_{ii} = 0$$

$$J_2' = \frac{1}{2} \sum_{ij} s_{ij}^2 = S \cdot S = \frac{1}{2} \sum_i (\sigma_i - p)^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_i \sigma_i^2 - 2p \sum_i \sigma_i + 3p^2 \right) = I_2 - \frac{I_1^2}{3}$$

$$J_3 = \frac{1}{3} \sum_{ijk} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = |S| = I_3 - \frac{I_1 I_2}{3} + \frac{2 I_1^3}{27}$$

* (voir nota 1 et 2)

Compte tenu de la nullité de J_1 on a $J_2 = -J_2'$ et le critère cherché peut se mettre sous la forme : $G(I_1, J_2', J_3) = 0$.

Certains auteurs ont interprété les phénomènes relatés à la fin du paragraphe 3 et concernant l'influence de la pression hydrostatique comme signifiant que le critère était seulement fonction du déviateur dont les contraintes principales s_I, s_{II}, s_{III} ne sont pas indépendantes car $s_I + s_{II} + s_{III} = 0$. Le critère cherché peut alors s'écrire : $G(J_2', J_3) = 0$.

Si l'effet BAUSCHINGER est nul (même contrainte limite en traction et compression simple) G doit être une fonction paire de J_3 .

9,1) Le critère de VON MISES (par, 7) appartient à cette catégorie ; il peut s'écrire en effet $J_2' = k^2$

$$\text{car } \sigma_I \sigma_{II} + \sigma_{II} \sigma_{III} + \sigma_{III} \sigma_I - \frac{(\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})^2}{3} = -\frac{1}{6} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]$$

9,2) TAYLOR et QUINNEY (1931) ont proposé $J_2'^2 - C J_3^2 = k^6$

$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

Les critères précédents ne peuvent pas, de toute évidence, s'appliquer aux solides monocristallins où les directions de glissement sont imposées par l'architecture moléculaire du cristal.

Les corps utilisés en construction étant des agrégats polycristallins ou amorphes, le critère cherché peut faire abstraction de la microstructure cristalline. Par la loi des grands nombres, le corps est homogène au point de vue macroscopique.

Divers essais ont d'ailleurs été effectués pour déduire le critère cherché, dans un solide polycristallin du comportement observé sur un monocristal [25] [26] [27] [28] [29] [30] [31] [32] [33]. Aucune théorie satisfaisante permettant de déterminer les interactions entre les grains n'a encore été proposée.

*

NOTA 1) L'invariant J_2' a pour valeur $-(s_I s_{II} + s_{II} s_{III} + s_{III} s_I) = \frac{1}{2} (s_I^2 + s_{II}^2 + s_{III}^2)$

2) L'invariant J_3 s'écrit $s_I s_{II} s_{III} = \frac{1}{3} (s_I^3 + s_{II}^3 + s_{III}^3)$

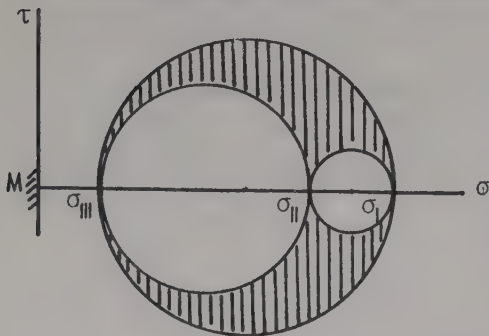
10°) Critères de Mohr - Surface intrinsèque de M. Caquot .

Les critères des par. 4 et 5 constituent des cas particuliers de ce critère beaucoup plus général, basé sur le fait expérimental suivant : pour les corps isotropes à la surface des métaux polycristallins ou des roches naturelles déformées à la limite de plasticité, apparaissent les fines traces de deux systèmes de lignes de glissement qui se coupent sous un angle constant .

Pour les spécimens déformés sous un état de contraintes homogènes; ces deux systèmes de lignes isogones correspondent à deux systèmes de plans parallèles, symétriquement inclinés par rapport aux directions dans lesquelles agissent les contraintes maximale et minimale σ_I et σ_{III} (en supposant $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$).

Ces deux systèmes de plans se coupent sur la direction de σ_{II} . L'angle obtus entre les deux plans a pour bissectrice la direction de la contrainte la plus grande en valeur algébrique σ_I (en donnant le signe positif aux contraintes de traction), tandis que l'angle aigu admet pour bissectrice la direction de la contrainte la plus petite en valeur algébrique - Voir à cet égard [9] p. 339, photos des essais de PRANDTL RINNE sur du marbre en compression simple.

10,1) Si nous considérons le tenseur des contraintes vu d'une facette S en un point M et si nous représentons, dans le plan normal à la facette passant par la contrainte sur cette facette, l'ensemble des vecteurs contraintes sur la facette S supposée fixe quand on fait tourner le corps dans tous les sens. autour du point M, la double infinité des vecteurs contraintes part du point M et aboutit dans l'intérieur ou sur le cercle décrit à l'aide des deux contraintes



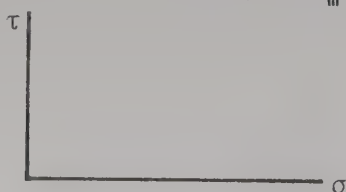
principales extrêmes σ_I et σ_{III} . L'extrémité des trois contraintes principales étant en σ_I , σ_{II} , σ_{III} , les 3 cercles décrits sur ces points diamétraux limitent la zone hachurée contenant l'extrémité de toute contrainte en M, quelle que soit la facette .

Les vecteurs qui s'appuient sur le cercle extérieur sont les plus dangereux, aussi bien pour leur grandeur que pour leur obliquité. Ils sont indépendants de la grandeur principale moyenne σ_{II} et les facettes correspondantes contiennent toutes la direction de cette contrainte principale .

La position limite de ce cercle extérieur définit donc le critère cherché qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} = f \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \text{ étant le rayon du cercle} \\ \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \text{ donnant la position de son centre .} \end{array} \right.$$

L'enveloppe de cette famille de cercles, si elle existe, peut s'écrire en coordonnées paramétriques en fonction de $\sigma_I = \varphi(\sigma_{III})$



$$\text{avec } \sigma_I' = \frac{d\varphi}{d\sigma_{III}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{1 + \sigma_I'} \sigma_I' \\ \tau = \pm \frac{(\sigma_I - \sigma_{III}) \sqrt{\sigma_I'}}{1 + \sigma_I'} \end{array} \right.$$

En posant $\frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} = p$, $\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} = \tau_m$

$$\tau_m = f(p) \quad \tau'_m = \frac{df}{dp}$$

l'équation de la famille de cercles s'écrit :

$$(\sigma - p)^2 + \tau^2 = \tau_m^2$$

ce qui définit leur courbe enveloppe par les équations en paramétrique :

$$\begin{cases} \sigma = p + \tau_m \tau'_m \\ \tau = \tau_m \sqrt{1 - \tau'^2_m} \end{cases}$$

Dans le système d'axes $O\sigma_I \sigma_{II} \sigma_{III}$ la surface limite correspondante est une surface prisma-
ayant pour section perpendiculaire à son axe un hexagone dont la longueur des côtés varie avec la posi-
tion du plan sécant, ce qui résulte du fait que dans les corps isotropes, on peut interchanger les direc-
tions principales .

Ce critère de MOHR [34] , proposé historiquement pour remplacer celui de NAVIER puis de
COULOMB, était basé sur les expériences de BAUSCHINGER , DURAND-CLAYE [35]
HAREL de la NOE [36] et FERET [37]. Il s'est révélé en accord avec les résultats expérimentaux
de FOPPL et PRANDTL [38] .

Son utilisation pour prévoir la rupture des corps fragiles est considérée par TIMOSHENKO
[39] (p. 462) comme présentant une certaine marge de sécurité .

10,2) M. CAQUOT a appelé « surface intrinsèque » la surface formée par l'extrémité des
vecteurs contrainte qui, sur une facette, déterminent le premier glissement.

Dans les corps isotropes, cette surface est de révolution, de forme indépendante de l'orien-
tation de la facette (indépendante de la position de la facette dans le cas des corps homogènes) et sa
méridienne, dite « courbe intrinsèque » est l'enveloppe des cercles de Mohr (définis par les contraintes
principales extrêmes σ_I et σ_{III} correspondantes .

On peut lui donner la signification suivante :

Représentons nous dans le corps étudié, en un point M , une facette S de direction quelconque
MN désigne la normale à la facette S et MC un vecteur représentant la contrainte à l'instant considéré.
sur cette facette. Supposons que la contrainte soit dans le domaine élastique et, laissant sa direction
fixe, augmentons la grandeur jusqu'au moment où, atteignant la valeur MC_0 , le mouvement de glissement
s'amorcera sur la facette. Notons alors la position du point C_0 .

Considérons ensuite une contrainte de direction différente et reproduisons l'expérience pour
cette nouvelle direction, nous trouverons également pour celle-ci une limite de la grandeur du vecteur.

En agissant autour du point M sur la surface S dans la double infinité de directions MC, nous
déterminerons une surface (D) lieu des points C_0 .

Cette surface, dont la forme dépendra des liaisons moléculaires autour du point M du milieu
solide, divisera l'espace en deux zones . Toute contrainte sur la surface S , définie par un vecteur conte-

nu dans la zone intérieure à D autour du point M, sera dans le domaine élastique et, réciproquement, toute contrainte relative, de direction quelconque, dont le vecteur couperait la surface (D) propre à cette direction, déterminerait la sortie du domaine de réversibilité.

M. CAQUOT a donné à cette surface D le nom de « Surface intrinsèque ». [40]

Si le corps est isotrope, cette surface intrinsèque est la même, quelle que soit l'orientation de la facette(S) au point M. Elle est, de plus, de révolution et sa méridienne est la « courbe intrinsèque ».

Si le corps est, de plus, homogène, la courbe intrinsèque est la même en tous les points. Cette théorie traduit le fait que la grandeur de la contrainte sur une facette est la cause du premier glissement permanent sur celle-ci.

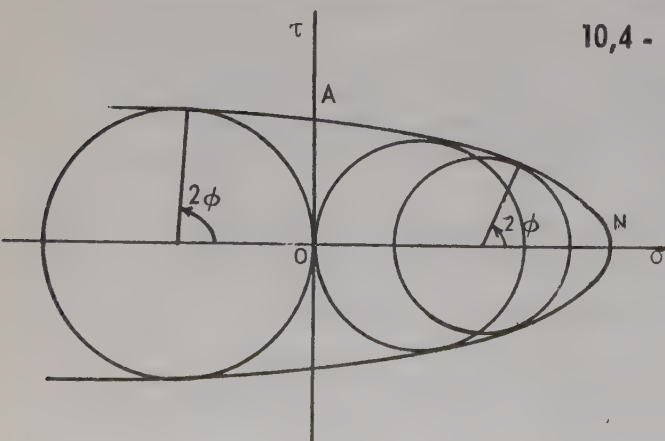
La courbe intrinsèque a été déterminée expérimentalement :

- pour les bétons, les premières expériences en compression biaxée ont été effectuées en 1928 par M. BRICE, sous la direction de M. CAQUOT. Des expériences américaines récentes [41] (p. 37) ont permis de tracer cette courbe dans un très large domaine :
(jusque $\sigma_1 = -1750 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{III} = -5800 \text{ kg/cm}^2$) débordant largement le champ pratique des utilisations.

- pour divers métaux (acier doux, bronze, laiton, aluminium, duralumin, fonte marine) [42]

10,3 - Cette théorie explique un grand nombre des principaux phénomènes connus dans les essais de résistance mécanique, concernant des matériaux aussi variés que des métaux parfaitement ductiles ou des solides au comportement fragile, y compris les observations concernant l'orientation des surfaces de glissement dans les matériaux plastiques et les surfaces de rupture par cisaillement et par clivage.

Dans le cas des matériaux fragiles pour les valeurs élevées de la pression moyenne $\frac{\sigma_1 + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3}$ quand la courbe intrinsèque tend à devenir parallèle à l'axe des σ , elle prédit ce qu'on pourrait appeler une « rupture par cisaillement pur » ($\Phi = 45^\circ$) ; dans la zone de transition, les habituelles ruptures obliques par cisaillement ($0 < \Phi < 45^\circ$) ; tandis que, près du sommet de la courbe, la rupture a lieu par éclatement ($\Phi = 0$) dans la direction perpendiculaire à la contrainte normale de traction identique en toute direction. Elle prévoit aussi que tout matériau fragile devient ductile dès qu'il est soumis sur sa paroi à une pression hydrostatique de grandeur suffisante, phénomène confirmé par l'expérience.



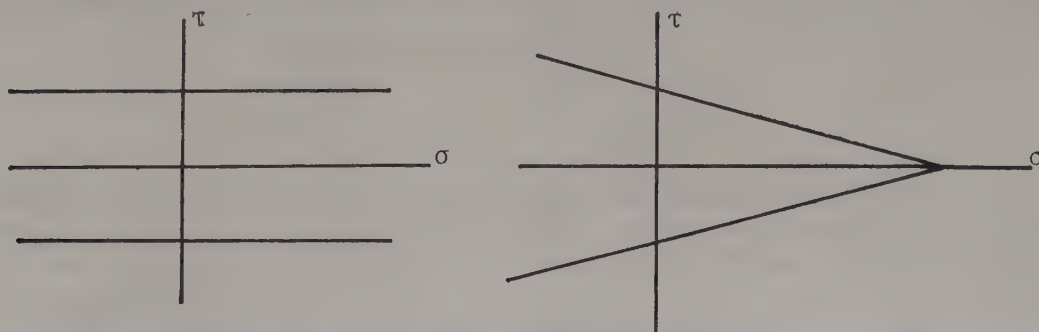
10,4 - La courbe intrinsèque a généralement une forme parabolique, la position du sommet sur l'axe $O\sigma$ pouvant varier d'une manière considérable (O,N ayant une valeur de 0,5 à 50 fois OA).

Ce point N correspond à un état de traction triple où les trois contraintes principales seraient égales à $O.N$.

Sous une telle sollicitation qui correspond à un point singulier, un matériau ne peut se déformer sans rupture, qui a lieu évidemment par éclatement et certains auteurs en ont déduit que la surface intrinsèque perdait sa signification physique en ce point. Ils ont alors proposé de remplacer la surface limite dans le quadrant positif par la surface de rupture fragile après son intersection avec elle.

Cependant, ALFONS LEON [43] a montré la signification physique de la courbe intrinsèque dans la région voisine de son intersection avec l'axe des σ , si elle coupe cet axe à angle droit et possède un rayon de courbure fini en ce point. Dans le cas contraire, le point N correspond aux propriétés d'un point singulier comme il en est rencontré souvent dans l'étude de la mécanique des solides.

Le critère de TRESCA correspond à une courbe intrinsèque formée de deux droites parallèles à $O\sigma$, celui de COULOMB à deux droites inclinées sur $O\sigma$.



La représentation par la courbe intrinsèque supposant toutes les propriétés identiques, n'est valable que pour les corps isotropes. Pour les corps anisotropes, la représentation doit se compléter par l'effet de la variation des propriétés suivant l'orientation de la facette.



En résumé, au cours des trois dernières décennies, les critères de TRESCA, de COULOMB, de GUÉST, de DUGUET n'étant valables que pour certains matériaux, les expérimentateurs ont recherché des lois plus générales qui devront évidemment comprendre ces critères comme cas particuliers.

Pour les corps isotropes on voit ainsi apparaître finalement deux grandes catégories :

1° - Critère de la courbe intrinsèque, ayant une signification physique nette, impliquant la succession des glissements sur des plans contenant la direction de la contrainte principale moyenne $\sigma_{||}$ - critère qui se déduit mathématiquement des deux considérations suivantes :

- le corps est isotrope;
- il y a une relation de cause à effet entre la grandeur et l'obliquité de la contrainte et le glissement sur la facette.

2° - Critère à forme mathématique faisant intervenir également, mais sous une autre forme, les éléments du tenseur des contraintes, à savoir les formes invariantes J_2' et J_3 du déviateur et, éventuellement, l'invariant I_1 du tenseur, par exemple :

- Critère de VON MISES $J_2' = k^2$

Critère de τ octaèdre $\sqrt{J_2'} = f(I_1)$

Les corps anisotropes .

Les matériaux actuels sont souvent volontairement anisotropes pour mieux remplir leur fonction. Cette anisotropie résulte de leur mode d'élaboration, ou des premiers chargements auxquels ils ont été soumis.

Pour de tels matériaux, diverses expériences récentes [44] [45] [46] infirment le critère de VON MISES . Le critère de la courbe intrinsèque n'est plus valable puisque sa définition même suppose le corps isotrope.

Pour les corps anisotropes, HILL [21] (p. 318) a proposé un critère de la forme :

$$F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\tau_1^2 + 2M\tau_2^2 + 2N\tau_3^2 = 1$$

les axes trirectangles xyz étant axes principaux d'anisotropie, c'est-à-dire que l'état d'anisotropie est supposé admettre 3 plans de symétrie perpendiculaires .

On a proposé [47] d'ajouter à l'expression précédente les termes :

$$2 F_b (\sigma_2 - \sigma_3) + 2 G_b (\sigma_3 - \sigma_1) + 2 H_b (\sigma_1 - \sigma_2)$$

Enfin, OLSZAK et URBANOWSKI [48] ont essayé de définir un nouveau critère en partant de l'énergie de déformation, dont la décomposition en énergie de variation de volume et énergie de distortion n'est plus réalisable immédiatement quand cesse l'isotropie .

÷
÷ ÷
÷

Chapître II

ESQUISSE D'UNE THEORIE

Valeur critique de la contrainte sur une facette -

Les données modernes sur la constitution de la matière nous font concevoir que la résistance des solides est due à l'interaction des particules atomiques élémentaires, groupées en grains ou en cristaux en contact, ou reliés par un autre milieu interstitiel.

Toutefois, nos connaissances actuelles rendent bien difficiles la prévision et la mesure des interactions entre grains dans le cas le plus général. Nous pouvons, par contre, étudier expérimentalement les lois applicables aux divers milieux solides habituellement utilisés en construction.

Nous savons ainsi que, dans les matériaux suffisamment éduqués pour satisfaire, dans un domaine limité, aux lois de l'élasticité, les limites de ce domaine n'ont pu être définies par aucune des hypothèses purement mathématiques conçues avant que puissent être effectuées des mesures précises des diverses composantes du « tenseur d'action », tenseur de champ caractérisant l'état des contraintes en chaque point du matériau étudié.

Tous les critères rappelés au chapitre précédent prennent comme base la grandeur des divers éléments du tenseur d'action à l'instant de la première déformation irréversible à l'échelle macroscopique, celle-ci se présentant en un point donné, sous la forme d'un glissement sur une facette déterminée. Toutes les hypothèses considèrent donc qu'il y a relation réciproque de cause à effet entre le premier glissement et l'ensemble du faisceau des valeurs des contraintes formant à cet instant le tenseur d'action au point considéré.

On peut, en outre, considérer que cette relation de cause à effet pour chaque facette ne dépend, pour une direction déterminée, que de la grandeur du vecteur contrainte dans cette direction. Les propriétés de la matière sur une facette dépendent seulement de la valeur en grandeur et direction de la contrainte sur cette facette et ne sont pas influencées par la forme du tenseur d'action donnant cette contrainte. Ce fait peut être attribué aux faibles variations relatives de longueur et de direction dans le solide * dues au tenseur d'action dans le domaine élastique. D'ailleurs, pour un acier par exemple, une variation de température de $\pm 50^\circ\text{C}$ autour de la valeur ambiante provoque des dilatations du même ordre de grandeur que les plus fortes dilatations élastiques, sans entraîner de modification sensible des caractéristiques du domaine élastique du matériau.

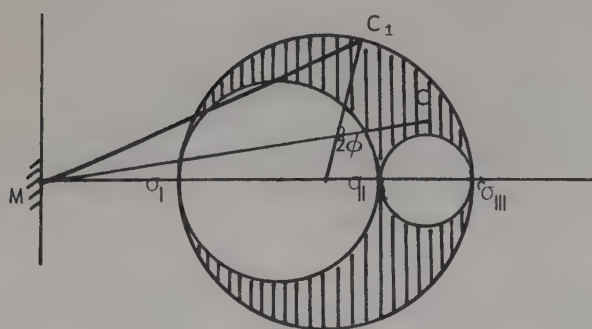
* Ceci s'entend pour les métaux et matériaux pierreux. Les matériaux ayant des déformations possibles plus de 500 fois supérieures, comme le caoutchouc et certains plastiques, ont un comportement différent.

Nous pensons donc pouvoir, dans les matériaux de construction envisagés ici, prévoir les frontières du domaine élastique par la confrontation du seul vecteur contrainte avec les propriétés directionnelles de la matière en chaque point; ce, dans le cas le plus général dont l'isotropie n'est qu'un cas particulier.

La matière ayant acquis, par sa naissance et ensuite par son éducation - en raison des adaptations par glissement et des accommodations par répétition de cycles mécaniques - des caractéristiques de résistance qui peuvent être variables en chaque point et, pour chaque point, variables en chaque direction, il suffit, pour que les déformations cessent d'être réversibles, qu'en un point quelconque, pour une direction quelconque d'une facette particulière, la contrainte dépasse la valeur permise dans sa propre direction. On peut exprimer cette propriété en disant que l'extrémité du vecteur contrainte critique sur chaque facette, se trouve sur la « surface intrinsèque » relative à cette facette.

Cas des matériaux isotropes -

En un point M , pour un tenseur d'action donné, la double infinité de contraintes s'exerçant



sur la double infinité de facettes passant par M , peut se représenter par un vecteur MC d'extrémité située dans la zone hachurée délimitée par les trois cercles d'extrémités diamétrales $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$; $M\sigma_I, M\sigma_{II}$ et $M\sigma_{III}$ représentant les trois valeurs principales du tenseur d'action

Pour un matériau isotrope, dont le comportement est indépendant de la direction de la facette, la surface intrinsèque est identique pour chaque facette et de révolution autour de la normale à la facette. La contrainte dan-

gereuse du tenseur d'action est alors définie par le point de contact C_1 du grand cercle de MOHR de diamètre $\sigma_I \sigma_{III}$ avec la courbe intrinsèque méridienne de la surface intrinsèque. La direction de la facette sur laquelle s'exerce cette contrainte dangereuse MC_1 (et selon laquelle se produira donc le premier glissement) est définie de la façon suivante : la facette passe par la direction principale de σ_{II} et sa normale fait avec la direction principale de σ_I l'angle Φ moitié de l'angle $\sigma_I OC_1$ (O centre du cercle de Mohr de diamètre $\sigma_I \sigma_{III}$)

Cas des matériaux non isotropes

Pour un matériau anisotrope :

- sur une facette, la résistance dépend de la double infinité de directions possibles pour la contrainte : la surface intrinsèque n'est plus de révolution.
- sur chaque facette, à direction donnée de la contrainte, la résistance varie en fonction de la direction de la facette (dont il existe une double infinité)

Dans un ouvrage récent J.F. NYE [49] a montré comment pouvaient être caractérisées, par destenseurs, les diverses propriétés physiques des cristaux. Il nous a paru possible de pouvoir, de même, caractériser l'anisotropie par un « tenseur matériel » c'est-à-dire par un tenseur lié au matériau, qui pourrait être éventuellement fonction du « tenseur de champ » représentant l'état de contraintes.

Une telle solution avait été pressentie par M. Albert CAQUOT à la suite des essais de M. PROT [42]. Mais ces derniers, interrompus par la guerre, n'étaient pas suffisants pour permettre une conclusion.

Ce « tenseur d'anisotropie » serait de rang deux dans les cas usuels.

Ses directions principales seraient définies par la constitution de la matière :

- une barre ronde obtenue par filage à chaud, possédant une symétrie de révolution dans ses propriétés, admettrait sa direction axiale comme direction principale du tenseur d'anisotropie, lequel serait, d'autre part, de révolution autour de cet axe.

- une pièce forgée parallélépipédique admettrait comme directions principales du tenseur d'anisotropie les directions de ses arêtes .

Le signe de certaines valeurs principales du tenseur d'anisotropie pourrait être prévu d'après la méthode d'élaboration du matériau ; par exemple, pour une barre brute d'étrépage à chaud, la valeur principale parallèle à l'axe serait négative, c'est-à-dire du signe attribué aux compressions pour le tenseur d'action.

Les composantes du tenseur d'anisotropie seraient fonction des composantes du tenseur d'action. Dans le système d'axes par rapport auquel les composantes de ce dernier s'écrivent $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3$, les composantes du tenseur d'anisotropie s'écriraient :

$$\sigma_i^! = \Delta \sigma_i = F_i (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$$

$$\tau_i^! = \Delta \tau_i = G_i (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3)$$

En première approximation, les fonctions F et G pourraient être assimilées à des fonctions linéaires :

$$F_i(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = a_i + b_i \sigma_1 + c_i \sigma_2 + d_i \sigma_3 + h_i \tau_1 + k_i \tau_2 + l_i \tau_3$$

$$G_i(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3) = A_i + B_i \sigma_1 + C_i \sigma_2 + D_i \sigma_3 + H_i \tau_1 + K_i \tau_2 + L_i \tau_3$$

La somme du tenseur d'action et du tenseur d'anisotropie serait assimilable à un tenseur de champ ($\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}$) s'exerçant sur un matériau isotrope virtuel possédant une courbe intrinsèque virtuelle. L'enveloppe des cercles de Mohr des tenseurs de champ ainsi calculés, correspondant à la limite élastique du matériau .

La direction réelle du premier glissement pourrait être obtenue à partir du tracé du cercle de Mohr du tenseur résultant de l'addition des tenseurs d'action et d'anisotropie d'après la position du point de contact de ce cercle avec la courbe intrinsèque virtuelle . On pourrait, en effet, passer de ce point au point correspondant du diagramme de Mohr du tenseur d'action et trouver, à partir de ce point, la facette sur laquelle s'exerce la contrainte dangereuse, donc sur laquelle s'effectue le premier glissement.

Influence de la contrainte principale intermédiaire -

L'influence de la contrainte principale intermédiaire sur la valeur critique du tenseur d'action apparaîtrait ainsi comme l'indice de l'anisotropie du matériau essayé. Son influence se manifesterait, toutefois, d'une manière plus complexe que par les diverses formules mathématiques énumérées dans le premier chapitre.

Nous examinerons plus en détail, au cours du prochain chapitre, la manière dont certains auteurs ont mis en évidence l'influence de la contrainte principale moyenne. Nous montrerons comment leurs résultats peuvent être interprétés en accord avec notre hypothèse .

+++++

Chapître III

INTERPRETATION de DEUX EXPERIENCES ANTERIEURES

Parmi les expériences citées au cours du premier chapitre, certaines sont parfois mises en avant pour combattre la théorie de la courbe intrinsèque, valable seulement pour les matériaux isotropes.

Nous étudierons ici plus particulièrement les expériences de LODE [50] et celles de TAYLOR et QUINNEY [51].

1°) Expérience de LODE

Les essais sont effectués sur éprouvettes tubulaires chargées en traction simple, ou soumises à pression interne seule, ou encore soumises simultanément à ces deux types d'effort. En désignant par σ_I , σ_{II} , σ_{III} les trois contraintes principales dans l'ordre de leur valeur algébrique ($\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$) l'état de chargement est caractérisé par le coefficient

$$\mu = \frac{2\sigma_{II} - (\sigma_I + \sigma_{III})}{\sigma_I - \sigma_{III}}$$

• en traction simple ($\sigma_{II} = \sigma_{III} = 0$) $\mu = -1$

• avec pression interne seule ($\sigma_{II} = \frac{\sigma_I}{2}$) $\mu = 0$

• avec pression interne et traction, on peut donner à μ toute valeur comprise entre -1 et $+1$, la valeur $\mu = +1$ correspondant au cas $\sigma_I = \sigma_{II}$, $\sigma_{III} = 0$

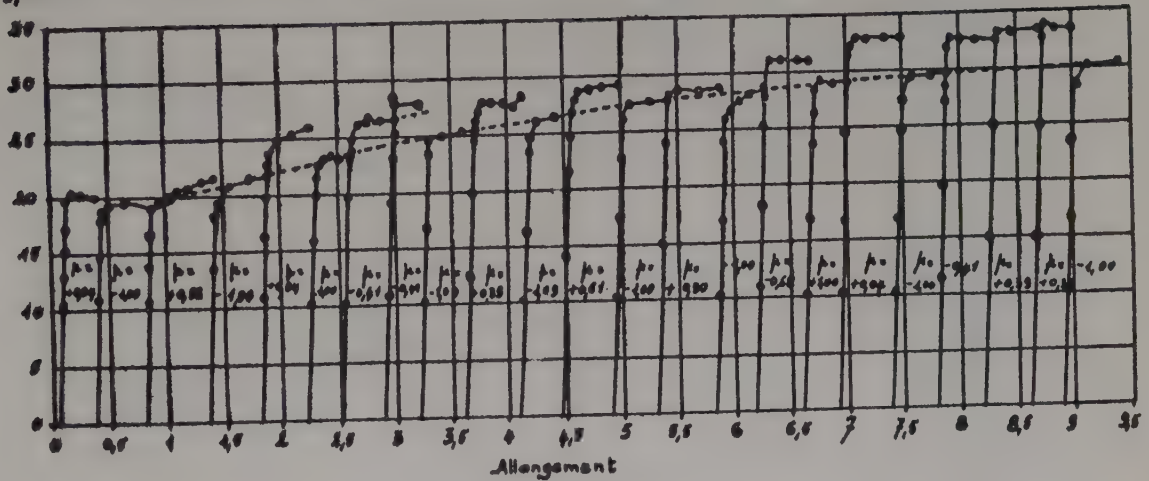
Les figures de la planche 3-1 rendent compte des résultats obtenus. La figure supérieure est extraite d'un article publié par LODE lui-même [50]. La figure inférieure a été reproduite par NADAI [9] (p. 245). Ces résultats ont souvent été interprétés comme mettant en évidence l'influence de la contrainte principale intermédiaire σ_{II} sur la limite élastique.

On remarquera cependant que chaque figure concerne une seule éprouvette soumise successivement aux types de chargement caractérisés par diverses valeurs du paramètre μ . Les efforts correspondants sont appliqués progressivement à l'éprouvette, de telle sorte que μ reste constant, jusqu'à obtenir un allongement permanent de 0,3 à 0,5 mm de l'éprouvette. Le chargement est alors supprimé pour être suivi d'une nouvelle mise en charge correspondant généralement à une autre valeur du paramètre μ .

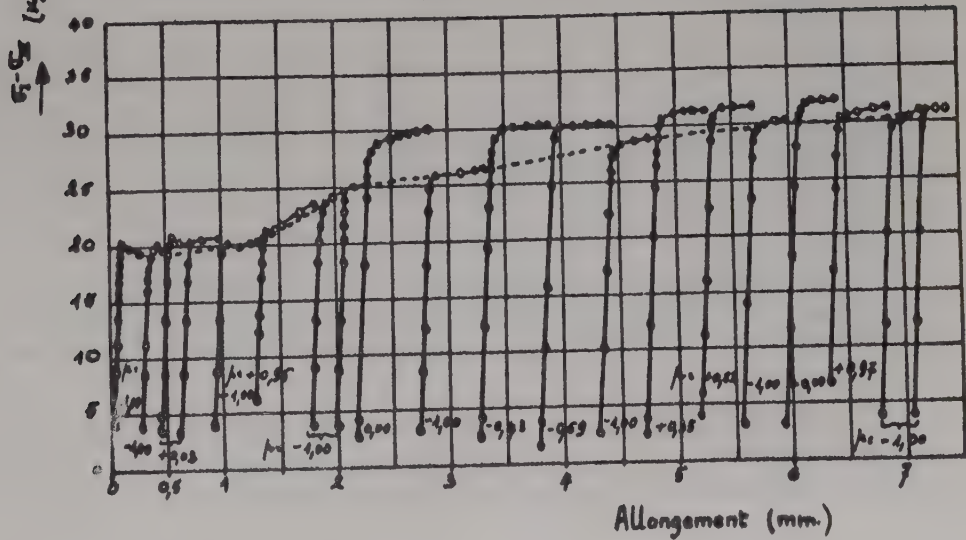
- EXPERIENCES DE LODE -

Contrainte
Kg/cm²

d'après Lode - Zalts. ang. math. u. mech. Ing. Försch
5 (1925) p 145. Abb 1.



d'après Nadai Theory of flow and fracture of solids
p 245 fig 17-8

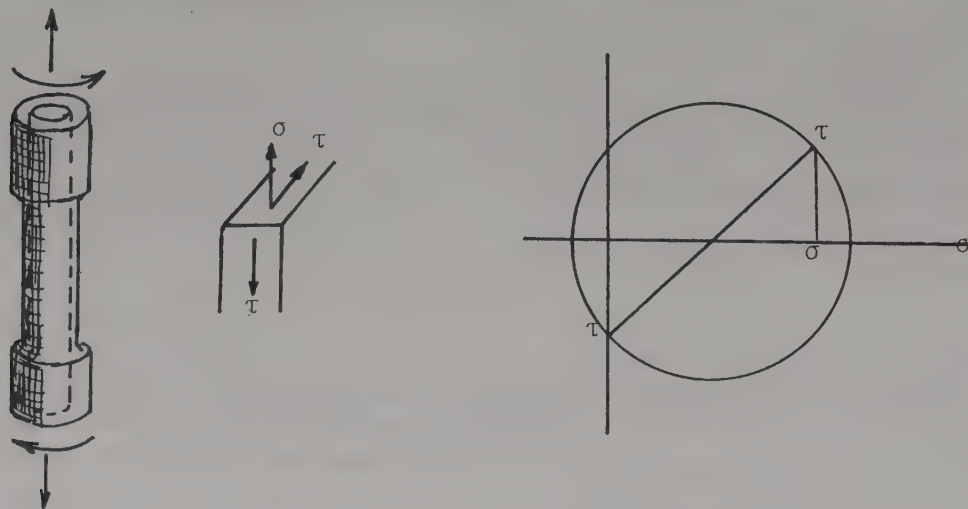


Pour $\mu = 0$, le diamètre $(\sigma_I - \sigma_{III})$ du grand cercle de Mohr a une valeur nettement supérieure à celle qu'il atteint pour $\mu = 1$ ou $\mu = -1$, sauf, toutefois, lors des premières mises en charge. L'écart est d'autant plus marqué que l'allongement de l'éprouvette est plus important.

L'influence de σ_{II} sur la limite élastique semble donc associée ici à une anisotropie marquée du matériau. A chaque mise en charge, en effet, l'éprouvette s'allonge d'une manière irréversible, ce qui entraîne un écrouissage dans le sens axial, d'autant plus marqué que l'éprouvette a subi un plus grand nombre de mises en charge. Le matériau a perdu son isotropie et sa courbe intrinsèque n'existe plus.

2°) Expériences de Taylor et Quinney.

Ces expériences sont effectuées sur éprouvettes tubulaires en cuivre, aluminium, acier doux plus ou moins décarburé avec grains de tailles diverses, soumises simultanément à des efforts de traction et de torsion.



On peut porter sur un diagramme les points correspondant à la limite élastique des éprouvettes, avec en abscisse le rapport σ/σ_0 de la contrainte de traction à la limite élastique σ_0 en traction simple et, en ordonnée, le rapport τ/τ_0 de la contrainte moyenne de cisaillement due à la torsion sur la limite élastique en traction simple. Comme le montre la figure 3-2, les points obtenus se répartissent pour chacun des matériaux étudiés sur une courbe de forme sensiblement elliptique.

Pour l'aluminium et le cuivre, cette ellipse a pour équation $\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_0^2$, ce qui a été interprété par NADAI [9] (p.248) comme justifiant le critère de τ_{oct} . Toutefois, pour l'acier doux, les points s'écartent nettement de l'ellipse précédente pour respecter une loi de forme approximative

$$\sigma^2 + \alpha \tau^2 = \sigma_0^2 \text{ avec } \alpha < 3$$

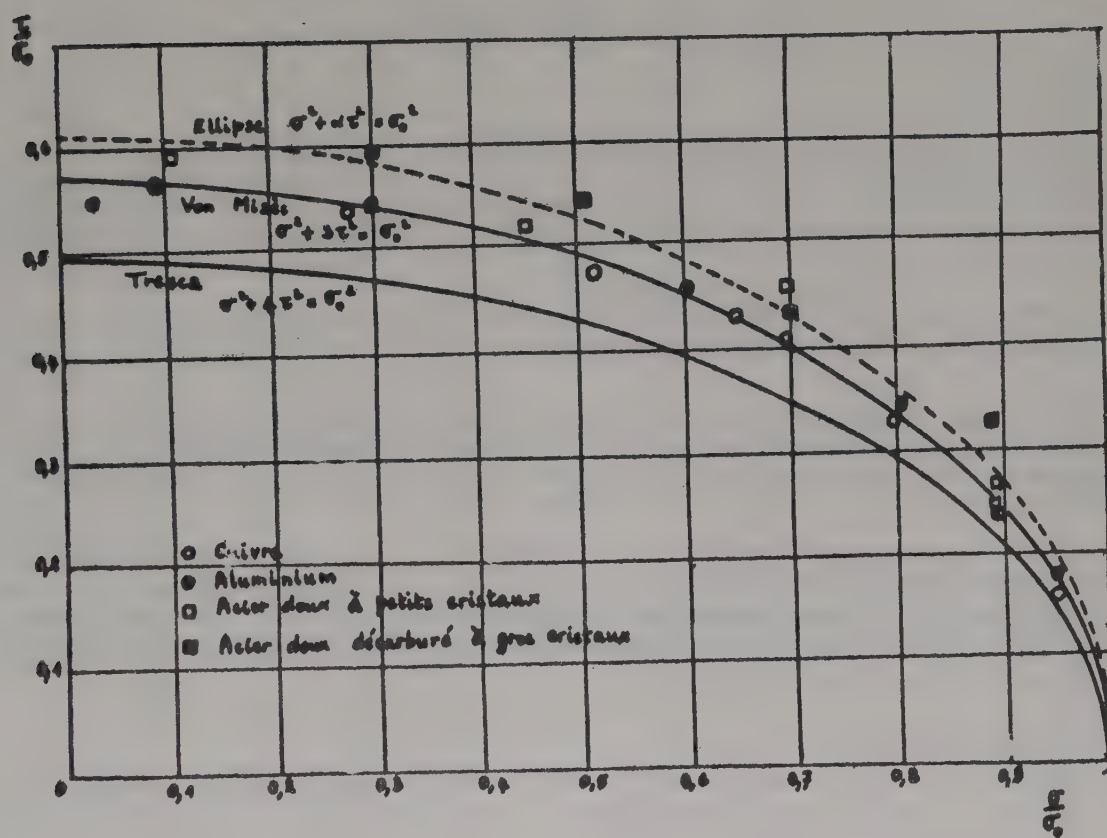
Nous avons, à titre indicatif, calculé l'enveloppe des cercles de Mohr correspondant à des essais de ce type. Pour une valeur donnée de σ dû à la traction et de τ dû à la torsion, le grand cercle de Mohr a pour équation, dans un système de coordonnées cartésiennes x, y

$$\left(x - \frac{\sigma}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{\sigma^2}{4} + \tau^2$$

qui s'écrit :

$$x^2 + y^2 - \sigma x - \tau^2 = 0 \quad (1)$$

- ESSAIS DE TAYLOR ET QUINNEY -



Si l'apparition des premières déformations plastiques se produit pour une valeur critique $\tau = f(\sigma)$ définie par

$$\tau^2 = \frac{\sigma_0^2}{\alpha} - \frac{\sigma^2}{\alpha} \quad (2)$$

En dérivant par rapport à σ les équations (1) et (2) il vient :

$$\left. \begin{aligned} x + 2 \tau \tau' &= 0 \\ 2 \tau \tau' &= -\frac{2\sigma}{\alpha} \end{aligned} \right\} \text{d'où} \quad x = \frac{2\sigma}{\alpha} \quad \begin{array}{l} \text{abscisse du point de contact} \\ \text{du grand cercle de Mohr avec} \\ \text{son enveloppe.} \end{array}$$

L'ordonnée y de ce point est obtenue par l'équation

$$y^2 + \frac{4\sigma^2}{\alpha^2} - \frac{2\sigma^2}{\alpha} - \frac{\sigma_0^2}{\alpha} + \frac{\sigma^2}{\alpha} = 0$$

qui s'écrit encore :

$$y = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\sigma^2(4-\alpha) - \alpha \sigma_0^2}$$

Et l'équation de l'enveloppe cherchée s'écrit en coordonnées cartésiennes

$$y^2 + x^2 \left(1 - \frac{\alpha}{4}\right) - \frac{\sigma_0^2}{\alpha} = 0$$

qui n'est autre que l'équation de la « courbe intrinsèque ».

Plus simplement encore, les expériences de Taylor et Quinney donnent pour chaque tenseur d'action le centre et le rayon du cercle de Mohr. On peut donc, sans aucune interprétation, tracer directement les cercles correspondants qui admettent pratiquement une enveloppe et par conséquent une courbe intrinsèque.

Nous ne pensons donc pas pouvoir, comme NADAI, conclure de ces expériences l'influence de la contrainte principale intermédiaire σ_{II} sur la limite élastique. Nous pensons plutôt que les essais de TAYLOR et QUINNEY permettent de définir pour les métaux étudiés, en traction et torsion, une courbe intrinsèque propre à chaque métal et de forme assimilable à une ellipse dans la zone d'expérience.

÷
÷ ÷
÷

Chapitre IV

EXPERIENCES PERSONNELLES METHODES EXPERIMENTALES

Nous avons cherché parmi tous les critères exposés au chapitre I quels étaient ceux qui pouvaient s'appliquer aux matériaux métalliques couramment utilisés dans l'industrie Mécanique. Le critère définissant l'apparition du seuil de plasticité devant bien évidemment être influencé par l'état isotrope ou anisotrope (par le degré d'anisotropie) du matériau étudié, nous avons effectué nos recherches expérimentales sur :

- des aciers au carbone faiblement alliés, présentés sous forme de tôles d'épaisseurs faibles (10mm), moyenne (32mm), et forte (125mm) utilisés couramment dans les travaux de chaudronnerie pour la construction de capacités sous pression.
- un matériau supposé parfaitement isotrope : acier inoxydable austénitique ayant subi un traitement d'hyperlrempage à 1100° C.
- un matériau fortement anisotrope : alliage léger de type AU 4G, brut de filage et présentant un effet de presse marqué.

Les expériences, dont il est rendu compte ci-après, ont été effectuées, pour une partie, dans les laboratoires de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique à Nantes et, pour l'autre part, dans les locaux de l'Etablissement National de la Marine à Indret (L.Atl.)

Nous avons cherché à définir le comportement des matériaux étudiés à l'aide d'essais mécaniques, sous état de contrainte quasi uniforme :

- par des essais de traction simple sur éprouvettes plates ou cylindriques de tailles diverses, avec machine Amsler ou Chevenard. Les résultats de tels essais figurent aux par. 5,1 et 5,3.
- par des essais sur éprouvettes tubulaires sous état de contrainte monoaxé ou biaxé. Ces essais ont été effectués d'abord sur une « machine statique universelle de la Société SOMEM » puis, sur une installation analogue inspirée par les expériences de M. PROT [52].

Nous aborderons successivement au cours de ce chapitre :

- la description de l'installation d'essais pour éprouvettes tubulaires ;
- le compte rendu des difficultés rencontrées dans la mise au point de cette installation et le détail de réalisation des éprouvettes ;
- les résultats obtenus sur les trois matériaux essayés.

4,1 Description de l'installation d'essais pour éprouvettes tubulaires .

Divers essais avaient été effectués de 1951 à 1954, sous la direction de M. CHARCOSSET, Professeur à l'E.N.S.M., par des élèves de 3ème année constitués en groupes de recherche, sur une machine statique universelle SOMEM, dont on trouvera le schéma sur la figure 4-1 ci-dessous :

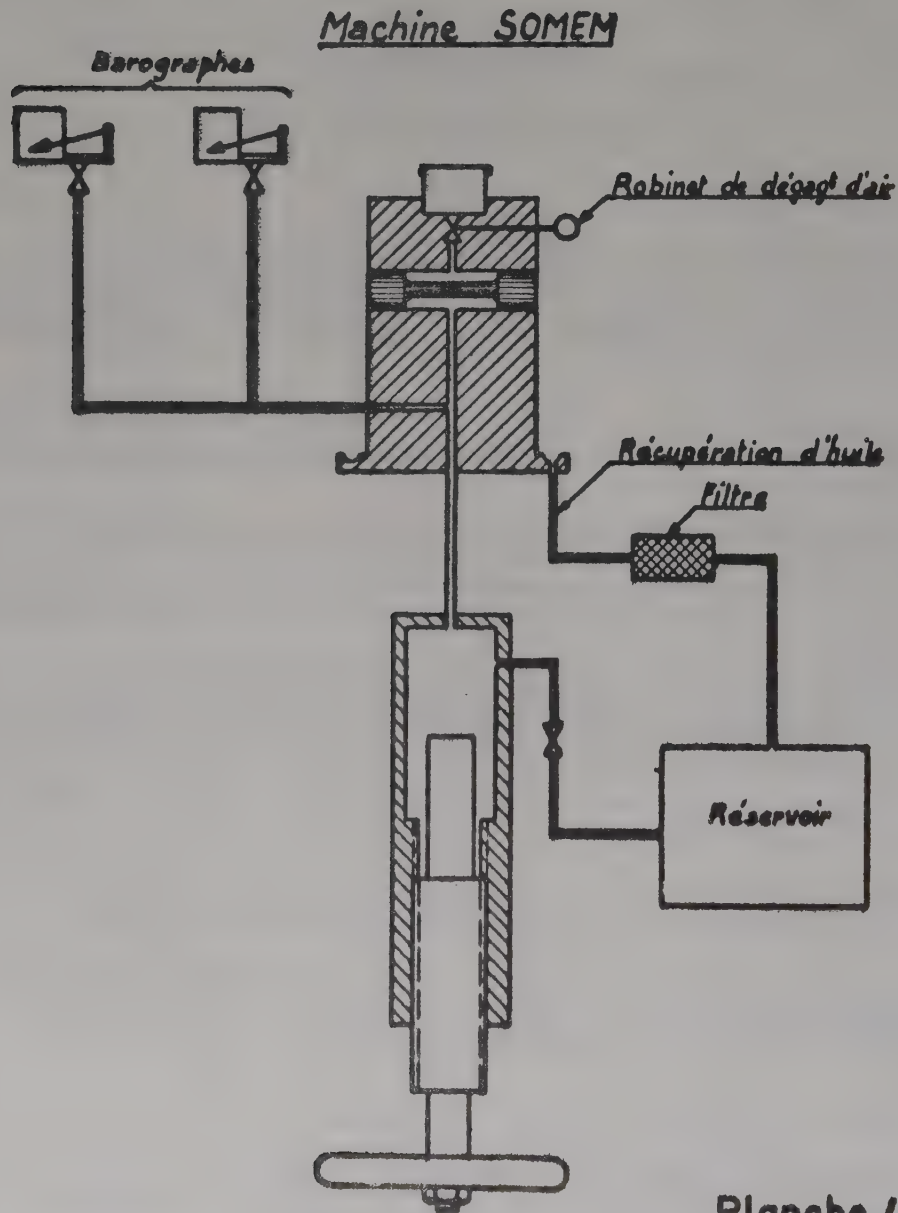
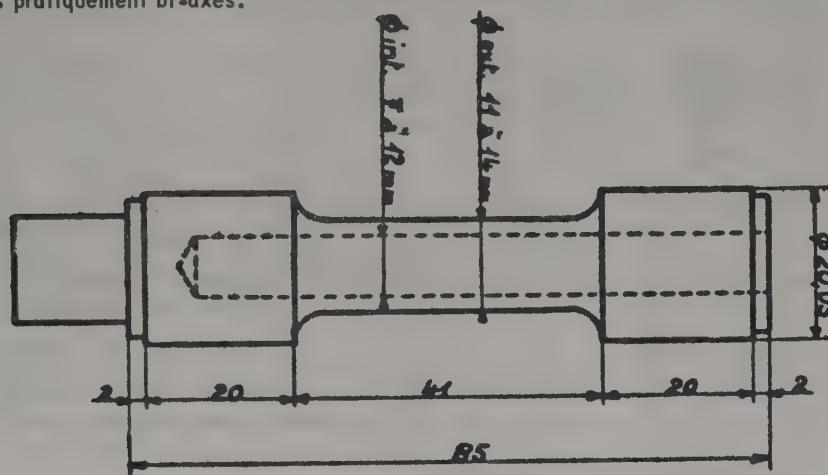


Planche 4-1

Ce type de machine, dont la fabrication a cessé en 1954 (date de dissolution de la Société SOMEM) comporte un alésage de $\Phi 20$ mm calibré sur une longueur de 85 mm, alimenté à débit constant par de l'huile sous une pression pouvant atteindre 1962 bars. L'huile est mise en pression dans une chambre d'environ $8,3 \text{ cm}^3$ par un piston tournant à vitesse constante, réglage par l'intermédiaire d'une boîte Cotal. On dispose dans l'alésage une éprouvette cylindrique dont la forme est indiquée sur la figure 4-2: la limite élastique du matériau est repérée par la discontinuité du diagramme pression fonction du temps, enregistrée sur un barographe d'échelle $0-400 \text{ kg/cm}^2$ ou $0-2000 \text{ kg/cm}^2$ monté sur la machine. L'utilisation d'éprouvettes tubulaires de diamètre extérieur et d'épaisseur variables permet d'étudier divers états de contraintes pratiquement bi-axés.



Eprouvette utilisée
sur machine SOMEM

La faible quantité d'huile disponible pour chaque essai ($8,3 \text{ cm}^3$) entraîne l'obligation de limiter le mieux possible le débit de fuite au droit des têtes de l'éprouvette, d'où leur forme cylindrique sur une longueur de 20 mm, réalisée avec le jeu minimum par rapport à l'alésage (4 à 5 microns au rayon). On voit immédiatement la grande précision qu'il faut assurer dans l'usinage des éprouvettes pour éviter un effort de flexion parasite dû à la non-coïncidence des axes des deux têtes de la même éprouvette.

La disposition générale des résultats obtenus lors des travaux de recherche évoqués précédemment sur cette machine, nous a conduit à penser que de telles flexions pouvaient apparaître sur certaines éprouvettes. Nous avons donc été amené à adopter des têtes à méridienne circulaire, capables de tolérer, à jeu égal entre tête et alésage, une erreur angulaire beaucoup plus importante de l'axe de tête, comme le montre la figure 4-3

Choix de la forme torique

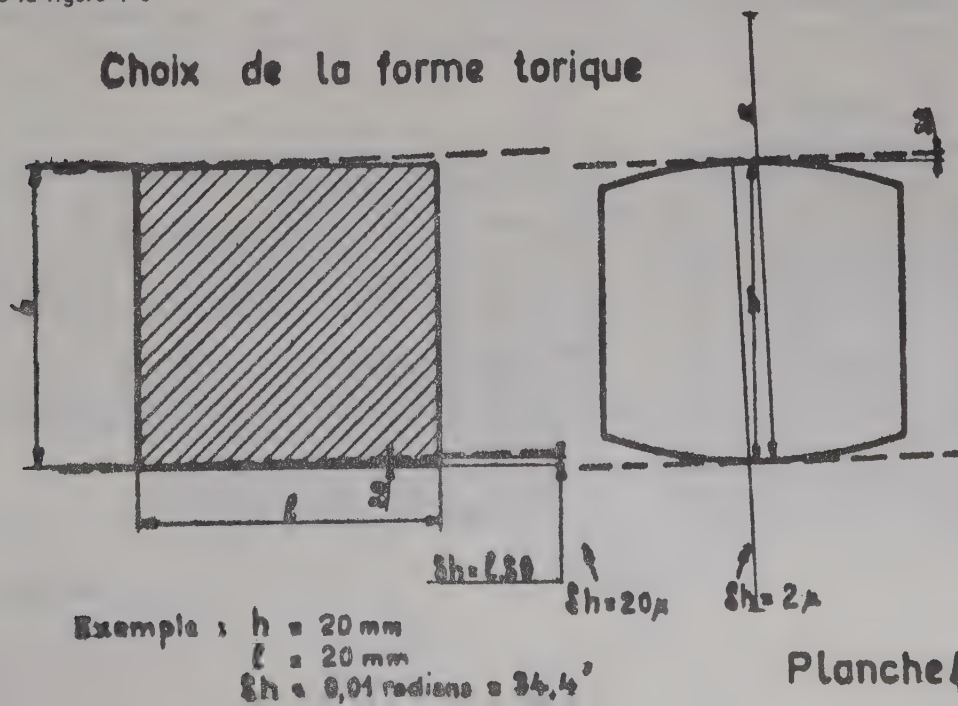


Planche 4-3

La mise hors d'état de la machine SOMEM (rupture d'engrenages puis avarie d'embrayage) lors des premiers essais, nous a conduit à réaliser un dispositif analogue plus robuste et plus précis dans l'expérimentation, dont on trouvera le croquis figure 4-4, utilisant un alésage calibré sur une plus grande longueur (115mm contre 85 mm) et une pompe à huile capable d'un débit plus important sans limitation en volume, ce qui permettait d'être plus tolérant pour les fuites au droit des têtes d'éprouvettes.

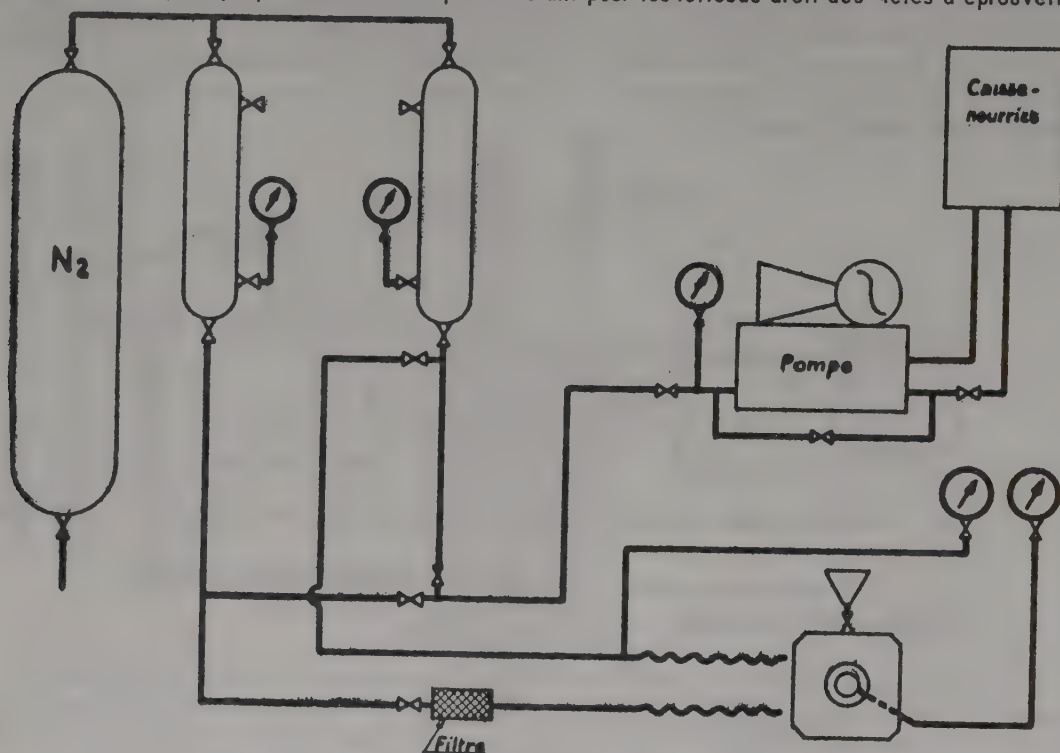


Planche 4-4

L'installation comporte une pompe à huile de 16 CV capable de refouler un débit maximal de 20 litres/minute à 15 csk sous 20° C, à une pression réglable entre 0 et 300 bars. Cette pompe est reliée par des tuyautages en acier de 14-3mm à deux capacités tampons, d'un volume unitaire de 4,8 dm³, communiquant, par leur partie supérieure, avec un réservoir d'azote à pression réglable jusqu'à 175 bars. Ces capacités peuvent être reliées, par l'intermédiaire de tuyaux flexibles de 6 mm de diamètre intérieur, à l'appareil d'essai représenté figure 4-5. L'arrivée d'huile à l'appareil est munie d'un filtre équipé d'une colonne poreuse « Ficopa » en rilsan pour épuration à 5 microns.

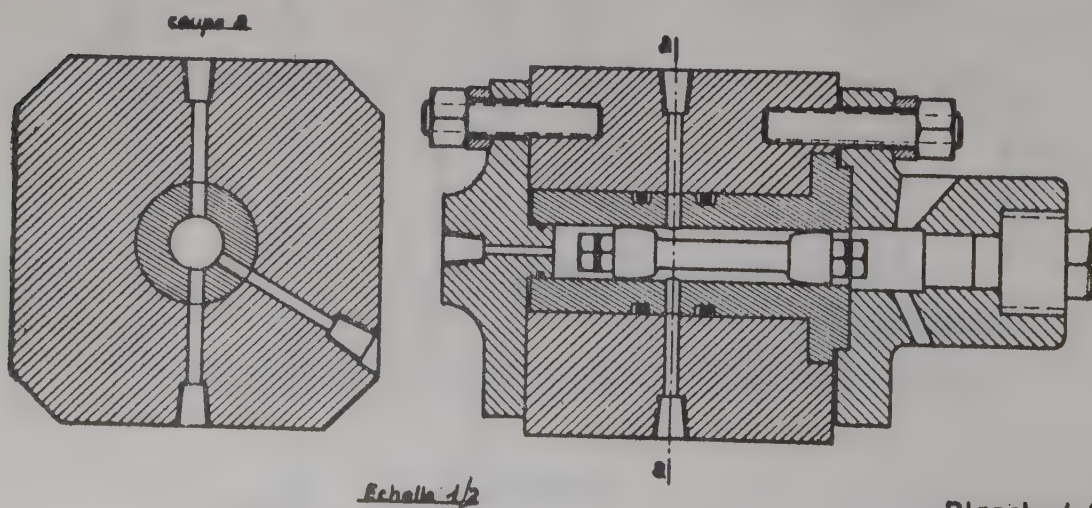


Planche 4-5

La chemise dans cet appareil est alésée au diamètre intérieur $\Phi = 20,064 \pm 0,003$ sur 115 mm de longueur. Elle est munie d'une arrivée d'huile sous pression (équipée du filtre), d'un dégagement d'air et d'une prise de pression.

La pression est mesurée par un manomètre de l'un des 3 types suivants :

- manomètre de $\Phi 180$ mm, gradué de 0 à 110 kg/cm², de précision garantie $\pm 0,25$ kg/cm² à la température de 20° C.

- manomètre de $\Phi 380$ mm, gradué de 100 à 200 kg/cm², appareil de très grande précision ($\pm 0,1$ kg/cm²) muni d'un vibreur électrique pour l'aiguille et d'une courbe de correction d'étalonnage en fonction de la température. Ces deux appareils sont utilisés pour mesurer la pression à l'intérieur de la chemise.

- manomètre de $\Phi 180$ mm, échelle 0-400 kg/cm², précision garantie $\pm 0,5$ % de l'étendue d'échelle utilisé pour mesurer la pression dans les capacités tampon.

L'ensemble de l'installation avec sa robinetterie $\Phi 5,35$ mm est éprouvé hydrauliquement à 500 bars.

Nous avons indiqué plus haut comment nous avons été conduit à remplacer les têtes cylindriques des éprouvettes par des têtes toriques, plus difficiles à usiner, mais cependant nécessaires pour assurer la précision en évitant toute flexion secondaire. Nous avons, en raison de la difficulté d'usinage, adopté des têtes vissées sur les éprouvettes, dont l'étanchéité en fond de filetage entré extérieur et intérieur de l'éprouvette tubulaire était assurée par un joint torique en néoprène disposé selon les indications de la figure 4-6 ci-contre.

Etanchéité
de la tête d'éprouvette

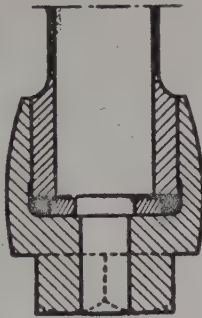


Planche 4-6

Pour assurer leur centrage automatique, le diamètre maximal des têtes est inférieur d'une dizaine de microns au diamètre intérieur de l'alésage. Lors des essais, l'une des têtes est solidarisée avec la machine, l'autre tête couissant librement dans l'alésage, tandis que varie la longueur de l'éprouvette.

Son déplacement est mesuré par un comparateur mécanique au 1/100 de mm, ou par un micromètre pneumatique d'échelle 0-160 microns ou 0-600 microns.

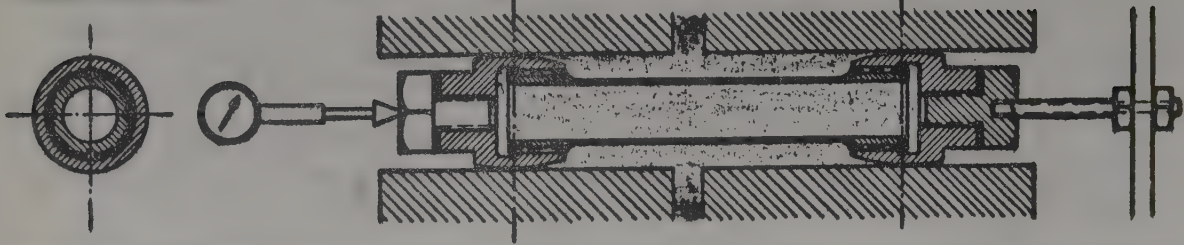
On peut ainsi effectuer sur éprouvettes tubulaires divers types d'essais représentés sur la planche 4-7

- essai de fraction simple avec légère étreinte : l'intérieur et l'extérieur de l'éprouvette sont mis en communication par 4 rainures longitudinales de 2×2 mm à travers le filetage à chaque extrémité, la rondelle et le joint d'étanchéité étant supprimés à l'intérieur de chaque tête. La pression est appliquée à l'intérieur de la chemise entre les deux têtes de l'éprouvette et donne un état de contrainte comprenant une contrainte longitudinale importante, une contrainte principale radiale beaucoup plus faible, égale à la contrainte principale circonférentielle.

- essai de compression simple : la tête fixe repose, par sa face plane, sur une moitié de bille appuyée sur une surface conique et destinée à compenser un éventuel défaut de parallélisme entre les faces d'appuis. Le mouvement de la tête soumise à la pression est transmis par une touche longitudinale qui traverse toute la longueur de l'éprouvette, la tête mobile, la demi-bille et sa pièce conique d'appui.

section suivant flèches

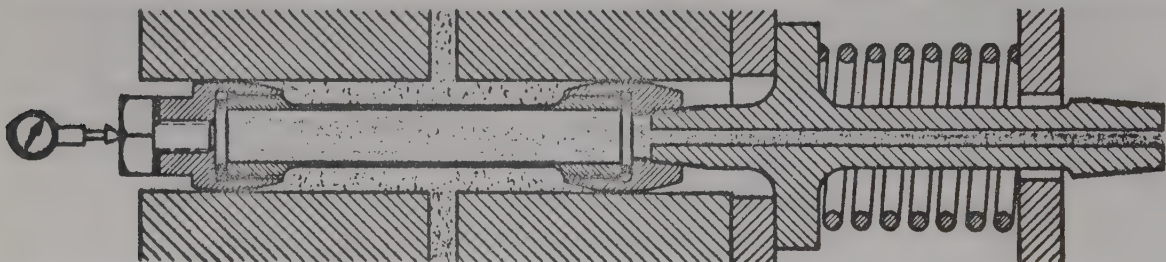
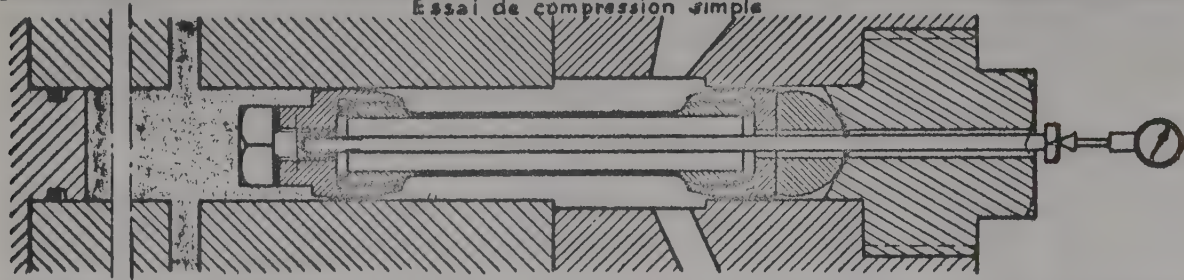
Essai de traction simple avec légères étreintes



Essai de cisaillement presque pur



Essai de compression simple



Essais en contraintes pratiquement biaxées

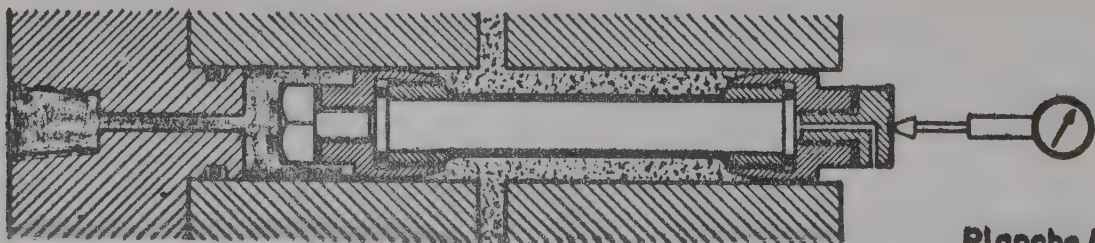


Planche 4-7

• essai de traction - compression : avec une éprouvette tubulaire de diamètre extérieur $\Phi e = 11,1 \text{ mm}$ et d'épaisseur $0,55 \text{ mm}$, soumise dans l'alésage de $\Phi 20 \text{ mm}$ à une pression externe seule : l'état de contrainte se rapproche du cisaillement pur, la contrainte principale longitudinale de traction et la contrainte principale circonférentielle de compression ayant deux valeurs voisines, tandis que la contrainte principale radiale varie d'une faible valeur de compression à la valeur zéro le long d'un rayon. L'étanchéité est alors assurée au droit des têtes par le dispositif décrit sur la figure 4-6.

• essais sous état de contrainte pratiquement biaxée (la contrainte principale radiale demeurant très faible) en donnant aux contraintes principales longitudinales et circonférentielles les valeurs choisies par un réglage judicieux de la pression à l'intérieur et à l'extérieur de l'éprouvette.

4,2 Mise au point de l'installation

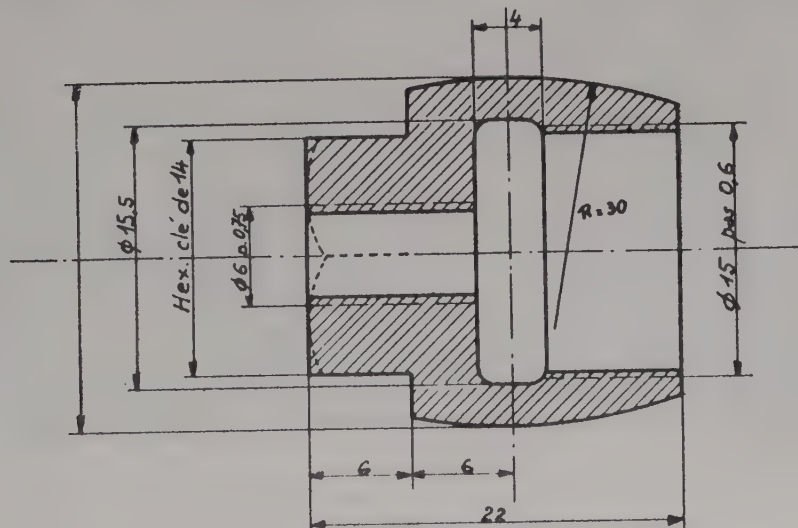
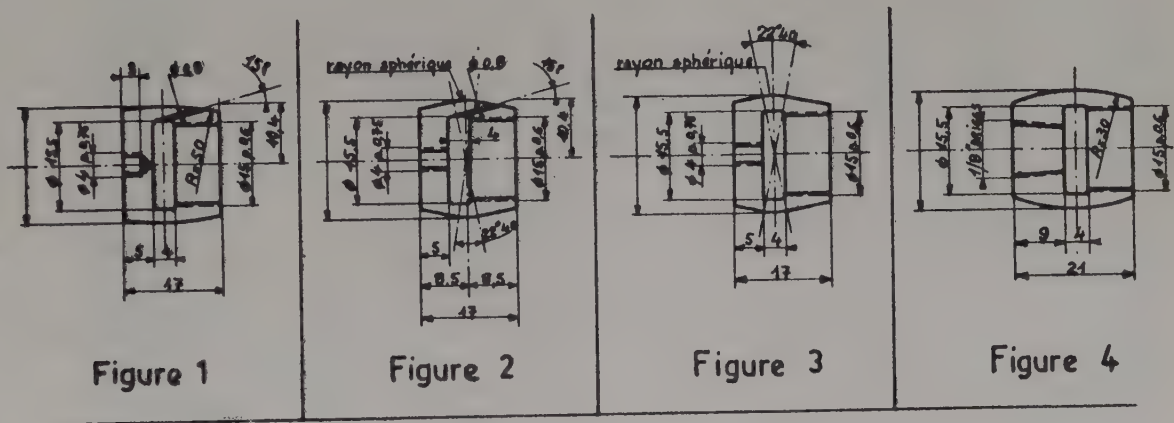


Figure 5

Nous avons représenté sur la planche 4-8 le profil des différents types de têtes successivement utilisés sur les éprouvettes tubulaires. L'orifice de Φ 0,8 mm faisant communiquer l'intérieur de la gorge contenant le joint d'étanchéité avec l'extérieur de l'éprouvette dans l'alésage, permettait de faire communiquer intérieur et extérieur de l'éprouvette dans les essais de traction avec légère étreinte. Il fut remplacé, lors des essais définitifs, par des stries longitudinales dans le filetage même de l'éprouvette.

Les têtes, selon profil de la figure 1, en acier à 60 kg, donnant lieu dans certains cas à grippement dans l'alésage, furent remplacées par celles, selon figure 2, réalisées en bronze d'aluminium. On attendait du bronze un coefficient de frottement plus favorable dans les conditions de l'expérience. Par ailleurs, la valeur quasi nulle des fuites au droit des têtes, selon figure 1, avait conduit à adopter une surface sphérique au voisinage de l'alésage, rendant ainsi le diamètre de portage insensible à la direction de l'axe des têtes.

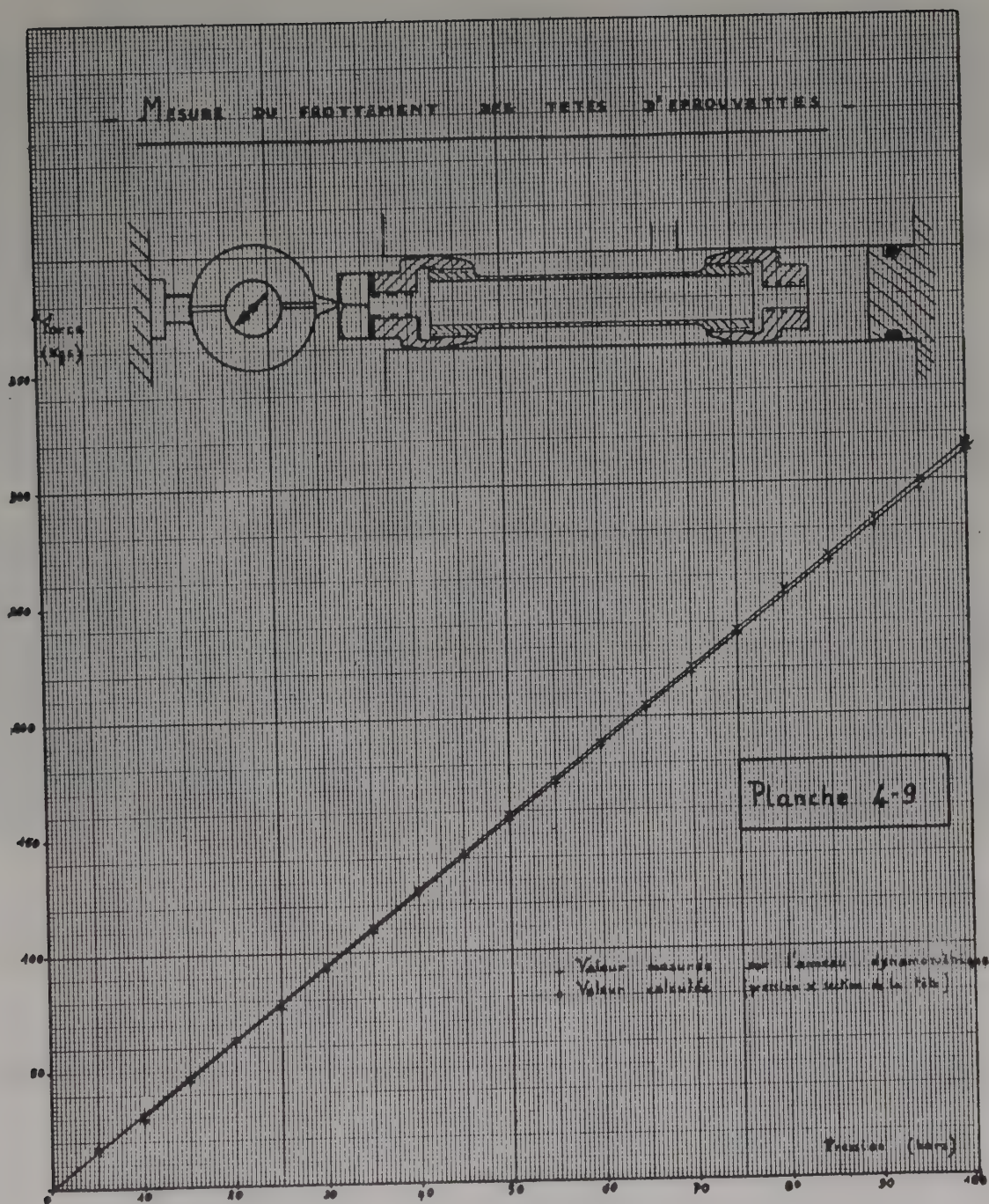
Les têtes, selon figures 3-4 et 5, diffèrent des précédentes par la position du plan de symétrie de la gorge situé maintenant dans le plan du cercle de contact de la tête avec l'alésage.

Cette modification fut adoptée après avoir remarqué le phénomène suivant : si l'éprouvette munie de ses deux têtes trempées dans l'huile couissait facilement dans l'alésage après introduction avec un léger mouvement de louvoyage, on constatait un certain blocage lors de l'application de la pression d'huile dans l'alésage à une valeur de quelques dizaines de bars. Pour une pression de 100 bars, la force longitudinale nécessaire à la mise en mouvement de l'éprouvette était de l'ordre de 5 à 10 kg.

Après avoir incriminé en vain la position dissymétrique de la gorge contenant le joint d'étanchéité, nous avons constaté, avec les deux têtes, selon figure 3, l'apparition de minuscules piqûres sur la surface interne de la chemise en acier à 13 % Cr, analogues dans leur aspect, aux accidents de surface remarqués lors du « pitting » des engrenages. Les têtes et la chemise étaient alors passées au miroir avant les essais, d'où une usure assez rapide des têtes en bronze et, finalement, à la suite du grippage du rodage en fonte dans la chemise, le remplacement de la chemise en acier à 13 % de Cr par une chemise en acier au Ni Cr Mo (limite élastique 72 à 80 kg/mm² ; $R = 102,7$ à 106,7 kg/mm²) habituellement utilisé pour sa résistance au pitting sur les engrenages. Le métal constituant les têtes fut remplacé par de l'acier à 79 kg, ayant un bon comportement au frottement sur le nouvel acier de la chemise et le profil adopté selon figure 4, pour diminuer l'usure.

Le phénomène de blocage longitudinal de l'éprouvette qui continuait alors à se manifester lors de la mise en pression dans l'alésage de l'extérieur de l'éprouvette, s'explique de la manière suivante : en cas de déplacement latéral de la tête mobile, l'écoulement d'huile, laminaire, autour de la tête, détermine un effort plus élevé sur le côté élargi et la tête se porte au contact du cylindre enveloppant dans lequel elle s'enfonce de la quantité donnée par les formules de HERTZ. On peut calculer l'effort d'appui dû à la pression de HERTZ correspondante. La valeur du coefficient de frottement permet alors de calculer la force longitudinale nécessaire au mouvement de l'éprouvette, égale au double de la valeur calculée pour une tête. Un calcul approché par cette méthode nous a donné pour une pression de 100 bars une force d'appui de chaque tête d'une dizaine de Kg pouvant entraîner, dans les conditions expérimentales, une erreur de 3 à 5 % sur la mesure de la limite élastique du matériau constituant l'éprouvette. Après avoir envisagé de faire tourner l'éprouvette autour de son axe, nous avons finalement préféré obtenir le maintien du film d'huile sur toute la surface de la tête par son imprégnation au bisulfure de molybdène (pâte « molykote »).

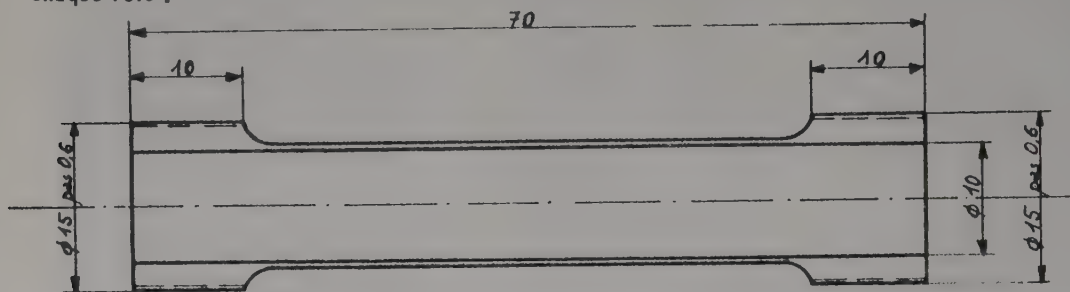
Des mesures de frottement ont été effectuées suivant le montage figuré planche 4-9, en utilisant une éprouvette tubulaire percée d'un orifice de diamètre 3mm à travers la paroi, la tête côté plaque obturatrice de l'alésage étant également débouchée par un orifice de 6mm de diamètre. La force exercée sur l'éprouvette vers la sortie de l'alésage était mesurée avec un anneau dynamométrique FENWICK, de force maximale 300 Kg. On a constaté que les indications du comparateur mesurant le diamètre de l'anneau dynamométrique correspondaient à mieux que 1,33 % près, aux indications théoriquement fournies



par cet appareil sous une force $\frac{\pi \Phi^2}{4} p$ (p = pression d'huile, Φ = diamètre du cercle de contact de la tête avec l'alésage). On a constaté aussi que l'aiguille du comparateur revenait à son point de départ quand on supprimait la pression.

L'erreur introduite par le frottement des 2 têtes de l'éprouvette utilisée pour ces essais a donc été évaluée à 1,33 % de la force exercée sur l'éprouvette. Si la pression exercée l'était seulement sur la partie annulaire des têtes extérieure à l'éprouvette, la force appliquée serait seulement d'environ $\frac{20^2 - 11,1^2}{20^2}$ de celle exercée par la même pression lors de l'essai de frottement. On peut donc évaluer le frottement pour une tête à une valeur comprise selon les essais entre 0,97 % et 0,67 % de la force due à la pression.

Les essais définitifs ont été ainsi entrepris dans la chemise en acier NiCrMo avec des éprouvettes tubulaires représentées sur la figure 4-10 munies de têtes en acier à 70 Kg réalisées selon la figure 5 de la planche 4-8 et soigneusement « molykotées ». Le jeu radial entre tête et chemise était de l'ordre de 5 à 6 microns avec une fuite d'huile d'environ 0,75 dm³ d'huile par heure sous 100 bars pour chaque tête.



Eprouvette

Planche 4-10

L'aspect définitif de l'appareil d'essais ainsi équipé est donné sur les photographies n° 4-11, 4-12 et 4-13.

La longueur totale des éprouvettes (70mm) avait été choisie pour permettre les essais sur la machine SOMEM (alésage de longueur 85 mm). L'épaisseur des éprouvettes (0,55 mm) a été choisie aussi faible que possible pour avoir un état de contrainte biaxé aussi uniforme que possible, tout en conservant une rigidité suffisante pour permettre l'usinage.

Avec ces éprouvettes, l'élanement $\frac{L}{\sqrt{S_0}}$ (L = longueur calibrée 45mm, S_0 = section droite 18,15 mm²)

a pour valeur 10,55 contre 8,16 ou plutôt 5,65 actuellement, pour les éprouvettes habituellement utilisées d'après la normalisation pour les essais de traction simple.

L'aspect des éprouvettes ainsi réalisées est donné par la photo n° 4-14

Leur usinage est assuré de la manière suivante :

- dégrossissage à ϕ 16 et mise de longueur,
- perçage à ϕ 9,5
- alésage avec outil à coupe descendante successivement à ϕ 9,7 mm, puis 9,9, alésage de finition à ϕ 10 mm,
- sur mandrin de centrage, dégrossissage du diamètre extérieur de la partie tubulaire à 11,6mm (11,1+0,5)
- finition des extrémités à ϕ 15 et filetage,
- tournage ou rectification (pour les éprouvettes en acier au C) au diamètre 11,1
- contrôle du diamètre extérieur et intérieur de 5 en 5mm. Mesure de l'excentricité au milieu de l'éprouvette.

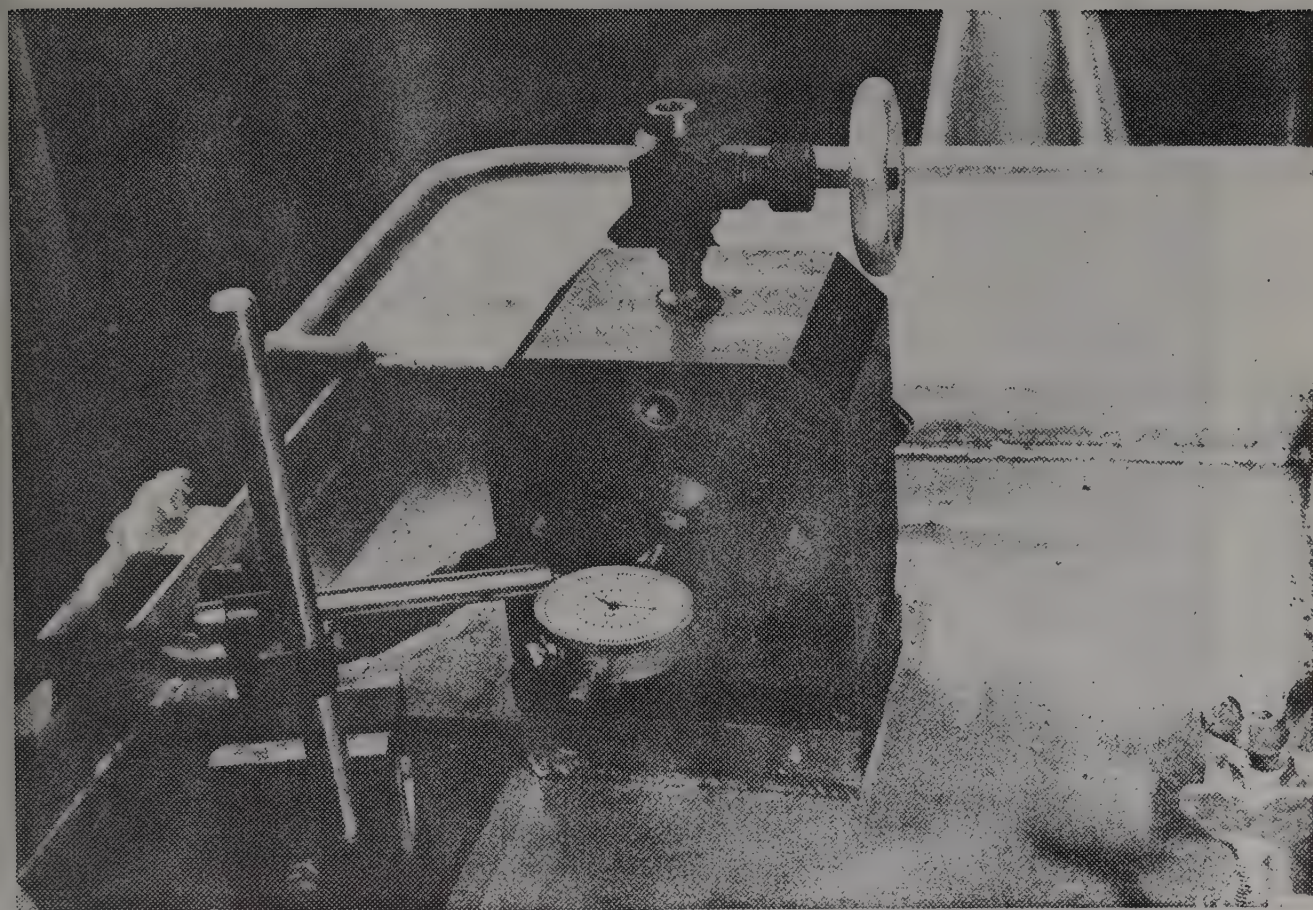


Photo n° 4 - 11 - Appareil pour essai des éprouvettes tubulaires .

Sur la face antérieure, on voit sortir la tête de l'éprouvette, dont le déplacement est mesuré par un comparateur, tenu par le pied magnétique visible dans le coin inférieur gauche .

L'autre tête de l'éprouvette est tenue par une butée portée par la face postérieure de l'appareil et invisible sur la photographie.

Sur le robinet de dégagement d'air, est habituellement vissé un entonnoir qui recueille l'huile à l'ouverture du robinet.

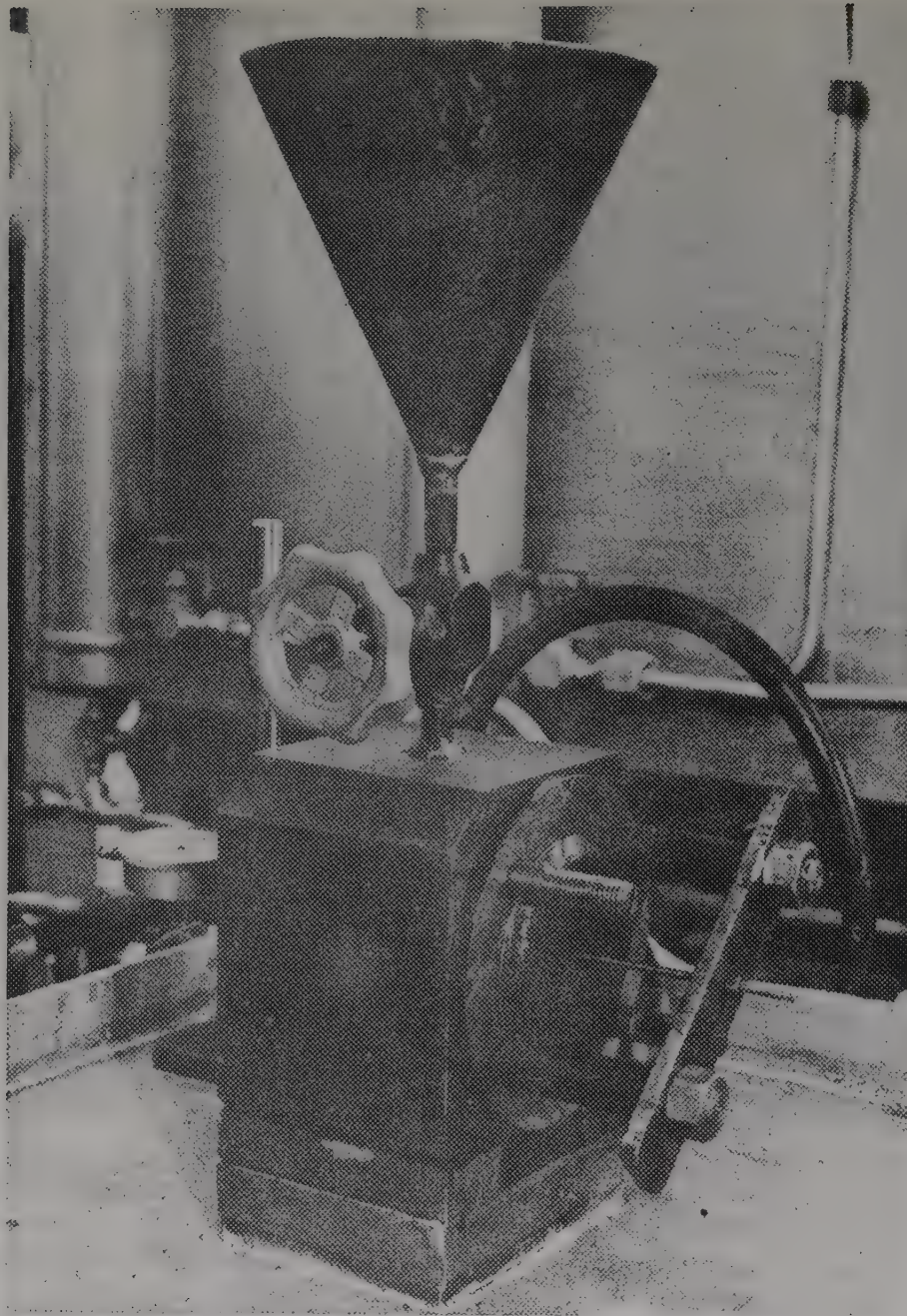


Photo n° 12 - Appareil pour essai des éprouvettes tubulaires

Sur le côté droit, on voit le dispositif de butée pour une des têtes de l'éprouvette. On aperçoit à gauche le compareur qui mesure le déplacement de l'autre tête, donc l'allongement de l'éprouvette.

L'entonnoir placé au-dessus du robinet de dégagement d'air permet de recueillir l'huile qui se dégage au moment du remplissage de l'appareil quand le robinet de dégagement d'air est ouvert.

On distingue dans le fond les deux capacités tampon qui permettent de maintenir la pression constante sur un côté ou l'autre de l'éprouvette.

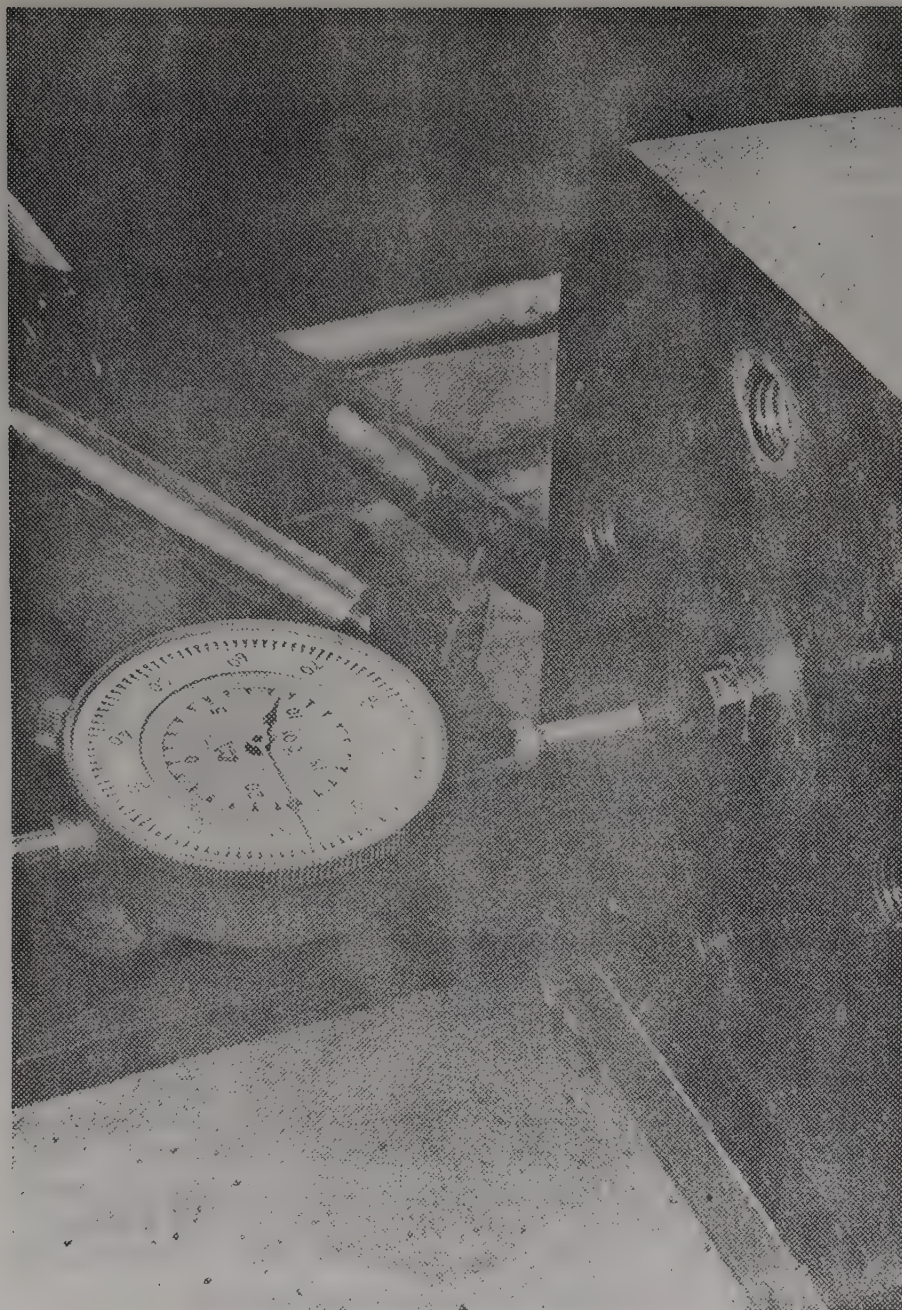


Photo n° 4 - 13 - Appareil pour essai des éprouvettes tubulaires

La touche du comparateur est appuyée sur la tête mobile de l'éprouvette.

Les trous taraudés permettent de fixer le dispositif d'essais en compression simple.

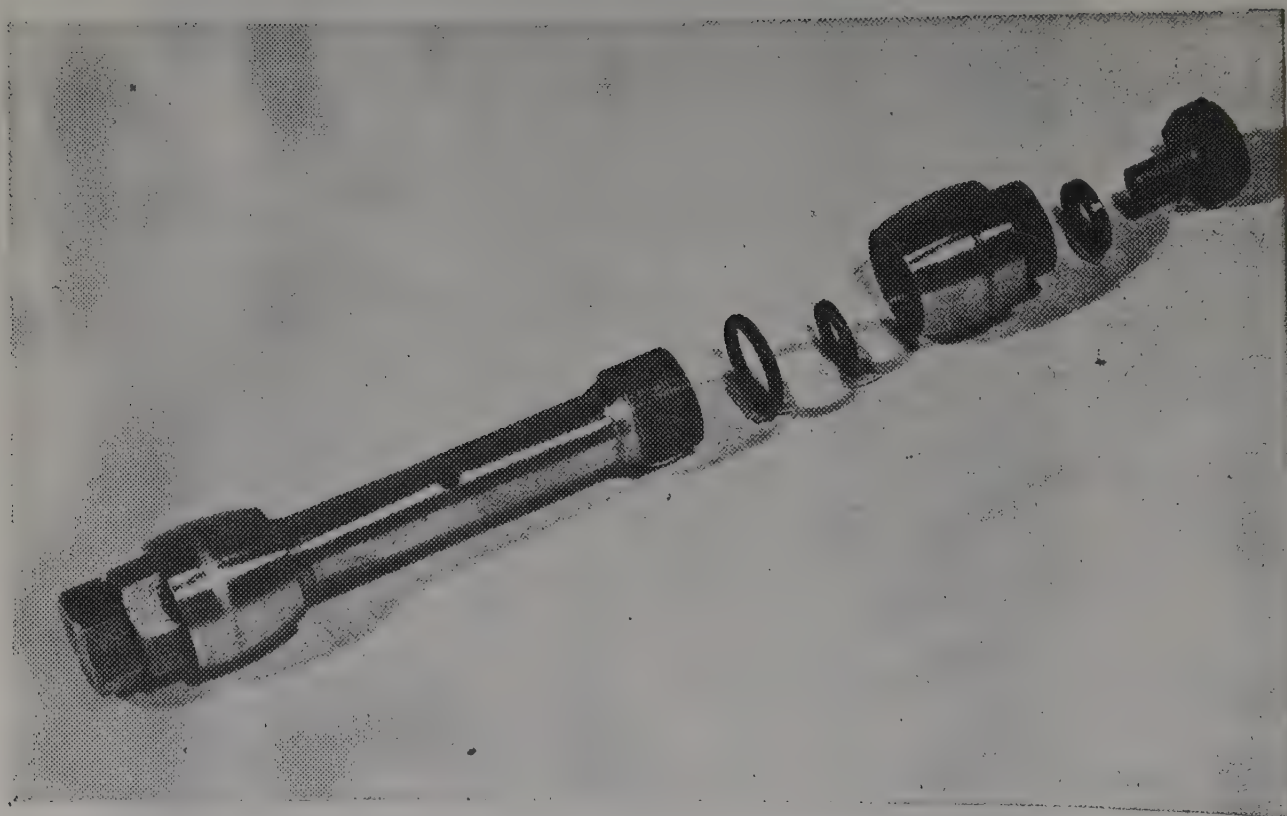


Photo n° 4 - 14 - Epreuve tubulaire

L'éprouvette représentée est celle qui a été utilisée pour les essais de frottement des têtes dans l'alésage (paroi tubulaire percée d'un orifice de ϕ 3mm)

L'étanchéité entre l'éprouvette et sa tête est assurée par le joint torique enfermé dans le logement limité extérieurement par l'extrémité de l'éprouvette, la tête et la rondelle.

L'étanchéité entre la tête et la vis est assurée par un joint en U solidaire de la bague.

On obtient ainsi des éprouvettes tubulaires sur lesquelles, pour les meilleures, le diamètre intérieur est constant au micron près, sur toute la longueur de l'éprouvette, le diamètre extérieur étant également constant au micron près. Sur les éprouvettes les plus médiocres, le diamètre extérieur est constant à 14 microns près, l'alésage étant cônique avec un diamètre différent de 40 microns d'une extrémité à l'autre. Dans tous les cas, surfaces intérieure et extérieure sont coaxiales, à mieux que 3 microns près.

Nous nous sommes rendu compte que la précision dans l'épaisseur ne pouvait être obtenue qu'en perçant de bout en bout l'éprouvette, ce qui permet ensuite d'effectuer des mesures précises. Il semble bien difficile de pouvoir espérer des résultats corrects avec des éprouvettes à trou borgne, mêmes préparées avec le plus grand soin.

On voit donc les précautions minutieuses qui sont nécessaires pour obtenir des expériences physiquement correctes.

4,3 Essais effectués

4,3.1. En désignant par :

- ϕ le diamètre du cercle de contact des têtes avec la chemise.
- ϕ_e le diamètre extérieur de la partie tubulaire des éprouvettes,
- ϕ_i le diamètre intérieur de la partie tubulaire des éprouvettes,
- p_f la pression appliquée sur une tête à l'extérieur,
- p_e la pression appliquée dans l'alésage à l'extérieur de la partie tubulaire,
- p_i la pression interne dans l'éprouvette,

Le tenseur moyen définissant l'état de contrainte aussi uniforme que possible régnant dans la partie tubulaire de l'éprouvette, admet pour valeurs principales :

- dans la direction axiale σ_a (ou σ_I)
- dans la direction radiale σ_r (ou σ_{II})
- dans la direction circonférentielle σ_θ (ou σ_{III})

L'expression est la suivante :

4,3.1.1. en traction avec légère étreinte ($p_f=0$, $p_i=p_e$)

$$\sigma_A \quad \sigma_a = p_e \frac{\phi^2 + \phi_i^2 - \phi_e^2}{\phi_e^2 - \phi_i^2}$$

$$\sigma_r = p_e$$

$$\sigma_\theta = 0$$

4,3.1.2. en compression simple ($p_i = p_e = 0$ $p_f \neq 0$)

$$\sigma_a = -p_f \frac{\phi^2}{\phi_e^2 - \phi_i^2}$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0$$

4,3.1.3. en traction compression ($p_i = p_f = 0$ $p_e \neq 0$)

$$\sigma_a = -p_e \frac{\phi^2 - \phi_e^2}{\phi^2 - \phi_i^2}$$

$$\sigma_r = -\frac{p_e}{2} \quad \text{valeur moyenne de la contrainte principale radiale équivalente à } p_e \text{ sur la surface externe et nulle sur la surface interne de l'éprouvette.}$$

$$\sigma_\theta = p_e \frac{\phi_e + \phi_i}{2(\phi_e - \phi_i)} \quad \text{valeur moyenne de la contrainte principale circonférentielle dont la valeur exacte en un point situé à la distance } r \text{ de l'axe de l'éprouvette est donnée par la formule de LAME :}$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_e \phi_e^2}{\phi_e^2 - \phi_i^2} \left(1 + \frac{\phi_i^2}{4r^2} \right)$$

De la surface interne à la surface externe de l'éprouvette, la contrainte σ_θ varie donc de $-\frac{2p_e \phi_e^2}{\phi^2 - \phi_i^2}$ à $-p_e \frac{\phi_e^2 + \phi_i^2}{\phi_e^2 - \phi_i^2}$ ce qui, avec les valeurs adoptées pour ϕ_e ($\sim 11,1\text{mm}$) et ϕ_i ($\sim 10\text{mm}$) donne une variation de $9,617 p_e$ à $10,617 p_e$, soit une différence de 5% par rapport à la valeur moyenne.

Les contraintes que nous évaluons par les formules précédentes sont donc peu variables dans l'épaisseur de l'éprouvette et leur moyenne déterminera le phénomène étudié avec une erreur moindre que la variation locale des caractéristiques expérimentales par le métal lui-même.

4,3.1.4 Avec une combinaison quelconque des trois pressions que l'on peut exercer dans la machine d'essais, l'éprouvette sera soumise à un état de contrainte quasi-double, la contrainte principale radiale ayant toujours une valeur faible devant les deux autres contraintes principales.

La valeur des contraintes principales pourra s'écrire :

$$\sigma_a = \frac{p_e (\phi_e^2 - \phi_i^2) + p_i \phi_i^2 - p_f \phi_e^2}{\phi_e^2 - \phi_i^2}$$

$$\sigma_\theta = (p_i - p_e) \frac{\phi_e + \phi_i}{2(\phi_e - \phi_i)} \quad (\text{valeur moyenne})$$

$$\sigma_r = -\frac{p_i + p_e}{2} \quad (\text{valeur moyenne})$$

A partir de la singularité du diagramme pression en fonction de l'allongement relevé lors des essais sur éprouvettes tubulaires, nous avons ainsi pu évaluer la valeur des 3 contraintes principales correspondant au seuil de plasticité [7] lors de l'application d'un chargement correspondant à l'un des quatre types précédents.

Nous avons, d'autre part, complété ces expériences par des essais de traction ou compression simple sur éprouvettes plates ou cylindriques, sur une machine AMSLER du type habituel.

4.3.2. - Précision des résultats, détermination de l'erreur -

L'erreur sur la valeur des contraintes principales moyennes correspondant à la singularité du diagramme pression-allongement relevé expérimentalement et évaluées par les formules précédentes, provient de l'erreur effectuée dans la mesure de la pression, des variations dimensionnelles de chaque éprouvette le long de son axe et du frottement de la tête mobile à l'intérieur de l'appareil.

Dans les essais mettant en oeuvre une seule pression hydraulique, la précision du manomètre utilisé était de $\pm 0,1$ bar, c'est-à-dire de $\pm 10^{-3}$ pour une pression de 100 bars.

Les diamètres étaient mesurés au micron près, c'est-à-dire à $\pm 5.10^{-5}$ pour le diamètre extérieur des têtes. La variation du diamètre intérieur de certaines éprouvettes dont l'alésage présentait une nette conicité, pouvait atteindre jusqu'à $\pm 19 \mu$, soit pour les plus mauvaises éprouvettes une erreur sur l'épaisseur ($e \sim 550 \mu$) $\frac{\Delta e}{e}$ de l'ordre de $3,45 \cdot 10^{-2}$ et sur l'aire de la section droite de la partie tubulaire, une erreur

$$\begin{aligned} \frac{\Delta(\phi_e^2 - \phi_i^2)}{\phi_e^2 - \phi_i^2} &= \frac{\Delta(\phi_e + \phi_i)}{\phi_e - \phi_i} + \frac{\Delta(\phi_e - \phi_i)}{\phi_e - \phi_i} = \frac{\Delta \phi_{\text{moyen}}}{\phi_{\text{moyen}}} + \frac{\Delta e}{e} \\ &\sim \frac{19}{5250} + \frac{19}{550} \sim 3,81 \cdot 10^{-2} \quad (\sim 1,1 \frac{\Delta e}{e}) \end{aligned}$$

Mise à part l'erreur due à la variation de la contrainte circonférentielle dans l'épaisseur de de l'éprouvette étudiée au par. 4.3.1.3, l'erreur essentielle dans le calcul des contraintes provient des variations d'épaisseur de chaque éprouvette et du frottement de la tête mobile évalué au par. 4.2, à une

à une valeur comprise entre $0,67 \cdot 10^{-2}$ et $0,97 \cdot 10^{-2}$ de l'effort dû à la pression.

On obtient finalement pour les divers essais sur la valeur des contraintes principales moyennes, une erreur relative de l'ordre de grandeur suivant :

4.3.2.1. Traction avec légère étreinte

$$\frac{\Delta \sigma_a}{\sigma_a} = \frac{\Delta p_e}{p_e} + \frac{2 \Delta \phi}{\phi} + \frac{\Delta (\phi_e^2 - \phi_i^2)}{\phi_e^2 - \phi_i^2} + 0,67 \cdot 10^{-2} \leq 1,1 \frac{\Delta e}{e} + 8 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\Delta \sigma_r}{\sigma_r} = \frac{\Delta p_e}{p_e} \leq 10^{-3}$$

4.3.2.2. Compression simple

$$\frac{\Delta \sigma_a}{\sigma_a} = \frac{\Delta p_f}{p_f} + \frac{2 \Delta \phi}{\phi} + \frac{\Delta (\phi_e^2 - \phi_i^2)}{\phi_e^2 - \phi_i^2} + 0,67 \cdot 10^{-2} \leq 1,1 \frac{\Delta e}{e} + 8 \cdot 10^{-3}$$

4.3.1.3. Traction - compression

$$\frac{\Delta \sigma_a}{\sigma_a} = \frac{\Delta p_e}{p_e} + \frac{\Delta (\phi + \phi_e)}{\phi + \phi_e} + \frac{\Delta (\phi - \phi_e)}{\phi - \phi_e} + \frac{\Delta (\phi_e^2 - \phi_i^2)}{\phi_e^2 - \phi_i^2} + 0,67 \cdot 10^{-2}$$

$$\leq 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-4} + 15,6 \cdot 10^{-4} + 1,1 \frac{\Delta e}{e} + 67 \cdot 10^{-4}$$

$$\leq 9,5 \cdot 10^{-3} + 1,1 \frac{\Delta e}{e}$$

$$\frac{\Delta \sigma_r}{\sigma_r} = \frac{\Delta p_e}{p_e} + \frac{\Delta (\phi_e + \phi_i)}{\phi_e + \phi_i} + \frac{\Delta (\phi_e - \phi_i)}{\phi_e - \phi_i}$$

$$\leq 10^{-3} + 1,1 \frac{\Delta e}{e}$$

$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

Chapitre V

RESULTATS DES EXPERIENCES PERSONNELLES

Dans le présent chapitre, nous rendrons compte des expériences effectuées successivement sur :

- des tôles de 3 épaisseurs (10mm, 32mm et 125 mm) en acier au carbone faiblement allié, d'un type habituellement utilisé pour la construction de capacités sous pression.
- une barre en acier inoxydable austénitique, rendu isotrope par un traitement thermique approprié (hypertrempe à 1125°C, effectuée sur les éprouvettes avant finition)
- un rond en alliage léger du type AU 4 G à l'état brut de filage, donc présentant une forte anisotropie .



5,1 Essais sur aciers au carbone :

Ayant commencé nos essais dans un ordre chronologique avec une tôle en acier spécial pour soudure « qualité 55 kg/mm² » nous avons trouvé une faible anisotropie et une certaine variation des caractéristiques mécaniques dans l'épaisseur du métal. Nous avons été amené à rechercher si, dans des tôles plus minces, en acier couramment utilisé dans la fabrication des chaudières et capacités sous pression, les phénomènes précédents avaient une nature analogue . C'est ainsi qu'ont été effectués divers essais de traction simple sur éprouvettes plates dans une tôle de 10mm et une tôle de 32mm en acier 50 CS, dont nous rendons compte au début de ce chapitre .

Des essais semblables [53] [54] [55] [56] [57] [58] ont, par ailleurs, été effectués récemment sur des aciers de construction pour étudier l'influence du mode d'élaboration sur leurs propriétés mécaniques .

Nos essais sur tôles ont été effectués avec des éprouvettes plates, puis tubulaires dans le cas de la tôle de 125mm d'épaisseur, prélevées :

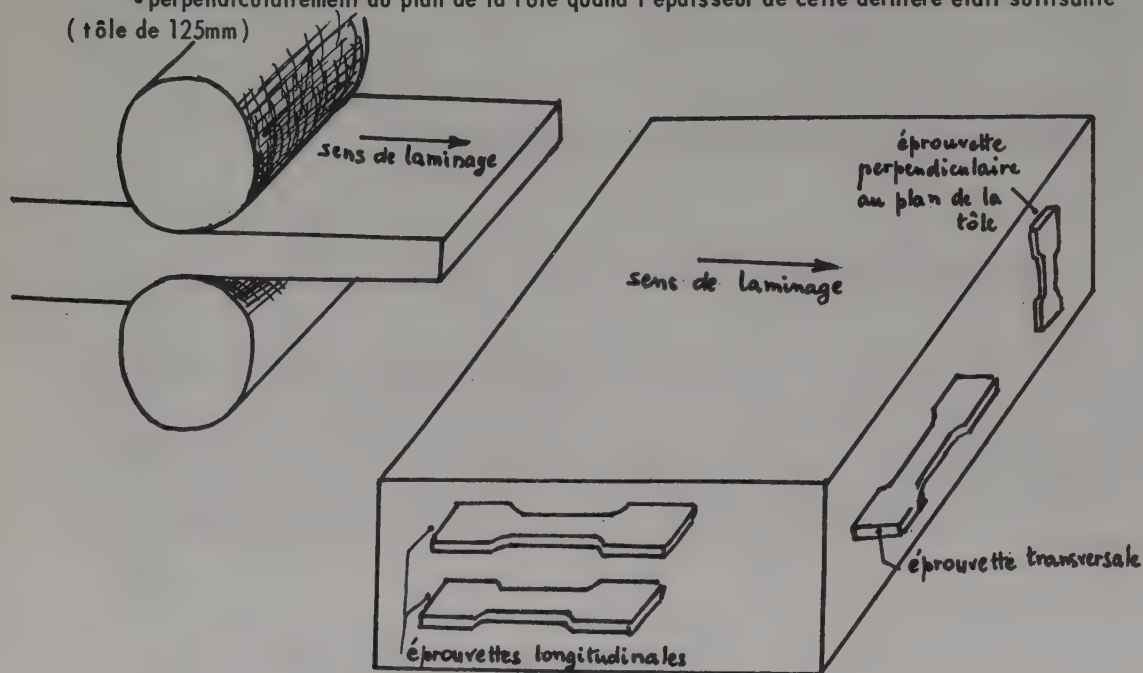
- parallèlement au plan de la tôle dans le sens du laminage : « éprouvettes longitudinales » ou

« éprouvettes en long », ,

- parallèlement au plan de la tôle dans la direction perpendiculaire au sens de laminage :

« éprouvettes transversales » ou « éprouvettes en travers » parallèles à l'axe des cylindres du laminage.

- perpendiculairement au plan de la tôle quand l'épaisseur de cette dernière était suffisante (tôle de 125mm)



5.1.1 Essais sur une tôle de 10 mm d'épaisseur .

Cette tôle en acier spécial pour soudure, qualité 50kg/mm² (classe acier pour chaudières) de 4000 × 1000 × 10mm avait été fournie par la Société USINOR, groupe A .

Sa composition chimique vérifiait les spécification suivantes :

C ≤ 0,22 %	S ≤ 0,04 %
Si ≤ 0,35 %	P ≤ 0,04 %
Cu ≤ 0,25 %	S + P ≤ 0,07 %
Cr ≤ 0,30 %	
Mo ≤ 0,20 %	
Ni ≤ 0,5 %	
Mn ≤ 1,2 %	

Après laminage, la tôle avait subi un recuit à une température d'au moins 850°C

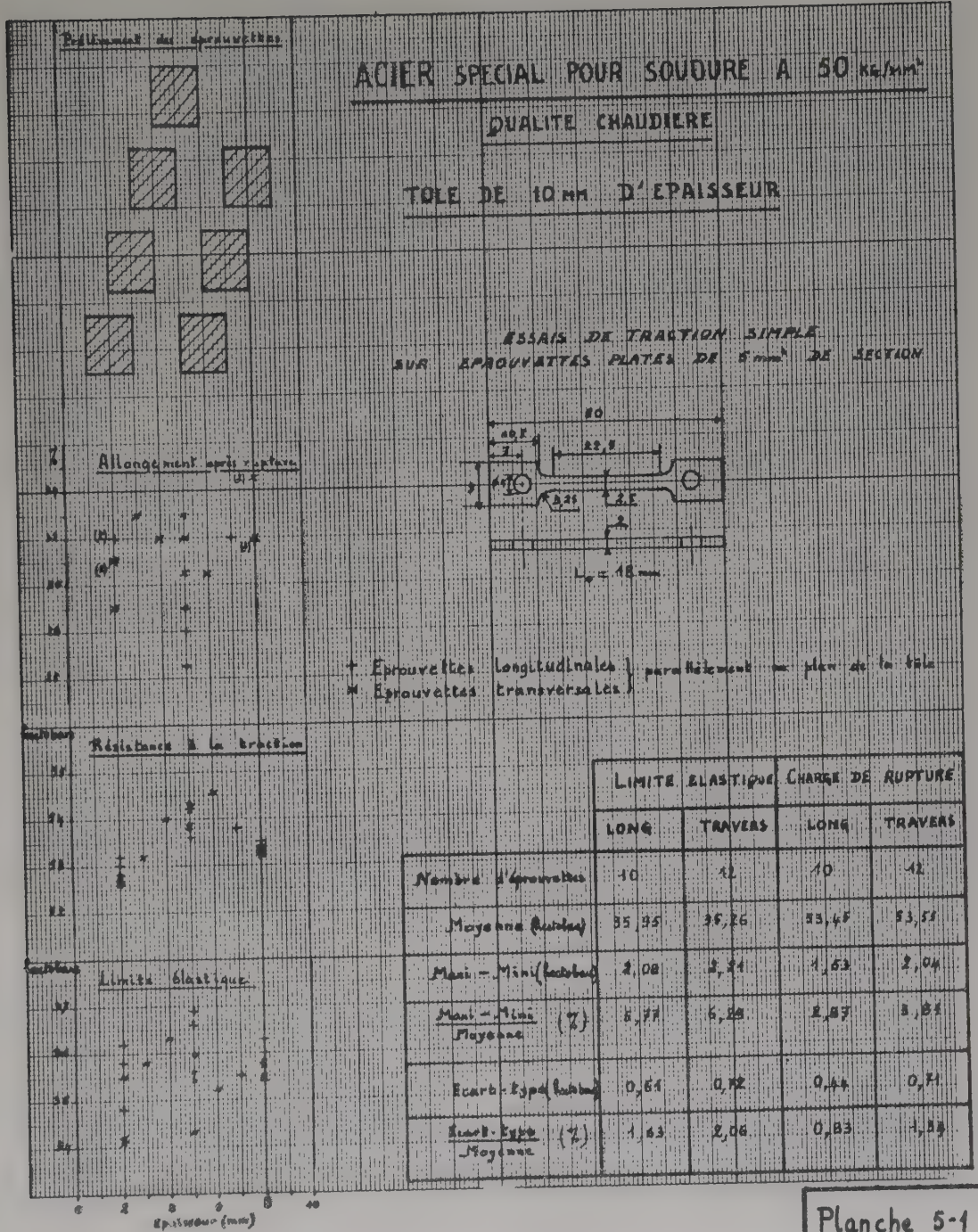


Planche 5-1

Les essais de traction simple ont été effectués à la machine Chevenard, sur 22 éprouvettes plates de 5mm^2 de section droite, prélevées en long et en travers, à différents niveaux dans l'épaisseur de la tôle.

La largeur de ces éprouvettes, théoriquement égale à 2,5 mm, était constante à $\pm 0,01$ mm près, leur épaisseur, en principe de 2 mm, étant constante à ± 5 microns près.

Les résultats consignés sur la planche 5-1 font apparaître une faible variation des caractéristiques mécaniques dans l'épaisseur de la tôle (hétérogénéité du matériau) légèrement supérieures toutefois à cœur par rapport aux faces et une limite élastique en long très légèrement supérieure à la limite élastique en travers.

On remarquera la dispersion, plus faible dans le cas de la rupture que pour la limite élastique, des résultats obtenus sur éprouvettes prélevées au même niveau, dans le même sens de la tôle. Ce résultat est bien en accord avec le fait que la plasticité régularise toujours les résultats.

5.1.2 Essais sur une tôle de 32 mm d'épaisseur

En acier spécial pour soudure, qualité 50 kg/mm² (qualité chaudière), cette tôle a été fournie par les Etablissements MARREL.

Elle répondait aux spécifications chimiques suivantes :

$C \leq 0,2 \%$	$Cr \leq 0,2 \%$	$S \leq 0,04 \%$
$Si \leq 0,35 \%$	$Mo \leq 0,2 \%$	$P \leq 0,04 \%$
$0,3 < Mn \leq 1 \%$	$Ni \leq 0,5 \%$	$S + P \leq 0,07 \%$
$Cu \leq 0,25 \%$	$4Mn + C \leq 1,9 \%$	autres éléments = traces

Après fabrication, la tôle avait subi un recuit à température supérieure à 850°C . Les essais de traction simple ont été effectués sur machine AMSLER avec 28 éprouvettes plates de 50mm^2 de section droite (10 mm de largeur pour 5 mm d'épaisseur) prélevées à différents niveaux dans l'épaisseur de la tôle.

Les résultats font l'objet de la planche 5-2.

On voit que les caractéristiques en long du matériau sont très légèrement supérieures aux caractéristiques en travers, avec une faible hétérogénéité le long de l'épaisseur de la tôle.

Pour évaluer la dispersion des résultats imputables aux éprouvettes et à la machine d'essai, deux éprouvettes de chaque famille (longitudinales ou transversales) ont été prélevées pratiquement au même niveau, leurs plans de symétrie respectifs étant décalés au plus de 1,5 mm dans l'épaisseur de la tôle. On a comparé les résultats obtenus sur chacune des 14 paires d'éprouvettes ainsi constituées. Nous avons désigné par (e) l'écart entre les deux éprouvettes de chaque paire pour chacune des caractéristiques (limite inférieure d'élasticité et charge de rupture) mesurées.

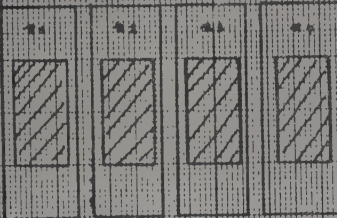
ACIER SPECIAL POUR SOUDURE A 50 kg/mm²

QUALITE CHAUDIERE

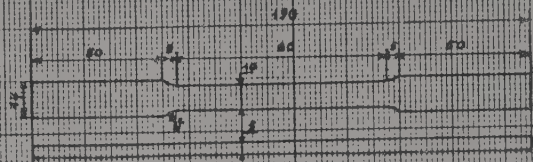
TOLE DE 32 MM D'EPAISSEUR

Prélèvement des éprouvettes

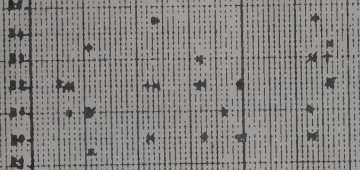
Exemple



ESSAIS DE TRACTION SIMPLE
SUR EPROUVETTES PLATES DE 50 mm² DE SECTION

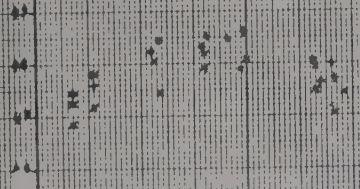


% Allongement après rupture

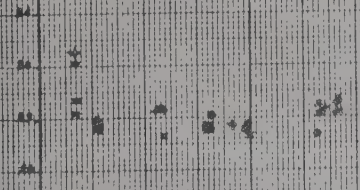


+ Epreuves au long } parallèlement au plan de la tôle
x Epreuves au travers }

Résistance à la traction



Limite élastique



Epaisseur (mm)

LIMITE ELASTIQUE CHARGE DE RUPTURE
LONG TRAVERS LONG TRAVERS

Nombre d'épreuves	14	14	14	14
Moyenne (hectobars)	25,65	28,98	28,02	27,61
Maximum (hectobars)	3,88	0,70	3,20	4,38
Minimum (hectobars)	2,40	2,42	2,80	2,84
Ecart-type (hectobars)	0,48	0,28	0,41	0,42
Ecart-type Moyenne (%)	2,06	0,98	0,84	0,88

Planche 5-2

	Limite élastique		Rupture	
	Long	Travers	Long	Travers
Nombre de paires	7	7	7	7
Moyenne de (e) bars	9	18	1	36
$e_{\text{maxi}} - e_{\text{mini}}$ bars	67	62	77	76
Ecart type de (e)	23	19	26	26

D'après les relevés dimensionnels effectués après usinage des éprouvettes, l'épaisseur était constante à 10 microns près, la longueur étant constante à 100 microns près. On voit que, dans ces conditions, la dispersion des résultats imputable à l'usinage des éprouvettes, à la machine de traction employée et à l'hétérogénéité éventuelle de la tôle à un niveau constant, est nettement inférieure (sauf pour la limite élastique en travers) à la dispersion observée (valeurs de « maxi - mini » et de l'écart type). On en conclut une certaine hétérogénéité de la tôle dans son épaisseur, dont l'ordre de grandeur à la rupture n'est pas très différent de celui observé sur la tôle de 10mm, les caractéristiques à coeur étant très légèrement supérieures aux caractéristiques en peau.

5.1.3 Essais sur une tôle de 125mm d'épaisseur

5.1.3.1. Cette tôle de $4000 \times 2000 \times 125\text{mm}$, en acier spécial pour soudure à 55 kg/mm^2 , avait été fournie par les Aciéries MARREL, après recuit à 875°C , pendant 2 heures et revenu à 675°C pendant 6 heures.

L'analyse chimique a donné les résultats suivants :

C = 0,20 %	Mn = 1,02 %	Ni = 0,38 %	Cr = 0,23 %
Mo = 0,30 %	Si = 0,30 %	S = 0,012 %	P = 0,026 %
Cu = 0,23 %	N = 0,010 %	Al = 0,008 %	

5.1.3.2. Essais sur éprouvettes plates (traction simple)

Nous avons effectué des essais de traction simple :

- sur éprouvettes plates de 50mm^2 de section droite, identiques à celles utilisées pour la tôle de 32mm

(par. 5,1.2) prélevées en long et en travers , à divers niveaux dans l'épaisseur de la tôle .

- avec machine Chevenard, sur éprouvettes plates de 5mm² de section droite, identiques à celles, utilisées pour la tôle de 10mm (par.5,1.1) prélevées perpendiculairement au plan de la tôle, à diverses hauteurs dans l'épaisseur .

$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

Les essais sur éprouvettes de 50 mm², au nombre de 22, ont été effectuées avec une machine Amsler de précision 5.10⁻⁴ disposée sur l'échelle 0-5 tonnes, donnant une précision de lecture de $\pm 2,5$ kg. La vitesse de mise en charge était de l'ordre de 50 à 100 bars par seconde.

Les éprouvettes ayant été usinées exclusivement en long, avec le plus grand soin, leur épaisseur était constante à ± 1 micron près, leur largeur étant constante à ± 10 microns près.

Les résultats obtenus figurent sur la planche 5 -3 .

Les courbes de traction obtenues (avec une amplification de 20 fois pour les allongements) présentaient une allure normale, sans phénomène de PORTEVIN - LE CHATELIER . Les limites supérieure et inférieure d'élasticité étaient bien marquées et différaient d'environ 50 bars sur toutes les éprouvettes, à une exception près.

Dans les conditions de l'expérience, la précision globale des résultats semble devoir être de l'ordre de 14 bars sur la limite inférieure d'élasticité et de 16 bars sur la charge de rupture.

Les résultats obtenus pour la charge de rupture ont une disposition plus régulière que pour la limite d'élasticité, ce qui est normal, car la plasticité régularise toujours les résultats. Les éprouvettes en long sont légèrement plus résistantes que les éprouvettes en travers, quel que soit le niveau considéré dans la tôle (à deux exceptions près toutefois pour la limite élastique près de la peau d'ordonnée « zéro »). L'écart est particulièrement net sur la charge de rupture .

Les caractéristiques de la peau d'ordonnée « zéro » sont inférieures à celles de l'autre face de la tôle (distante de 125 mm), avec une différence d'au moins 100 bars sur la limite élastique et sur la charge de rupture .

Le refroidissement après traitement thermique ayant lieu à « l'air calme » sur la sole du four, il est normal que les deux faces n'aient pas des caractéristiques identiques .

Des mesures de dureté Brinell avec bille de 5mm, sous 750kg, ont donné des résultats sensiblement constants dans toute l'épaisseur de la tôle, la dureté mesurée étant comprise entre 147 et 156 .

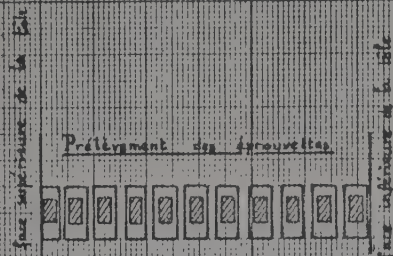
Une analyse chimique pour tenter de mettre en évidence des différences de composition entre les deux côtés de la tôle a donné des résultats rigoureusement identiques . De même, des micrographies, après attaque de 45 secondes au Nital, examinées au grossissement 100, ne montrent pas de différence sensible avec le niveau de l'éprouvette dans l'épaisseur de la tôle. La structure perlite - ferrite observée est voisine de celle observée habituellement sur les aciers faiblement alliés, contenant un peu de chrome ou de molybdène ; la perlite se présente sous la forme de gros grains répartis dans un fond de grains de ferrite . L'indice de grosseur de grain reste compris entre 6 et 7 (Afnor).

Par contre, après attaque Nital et examen au grossissement 400, on voit que la répartition de la perlite varie assez nettement dans l'épaisseur de la tôle, comme le montrent les photographies de la planche 5 -4 .

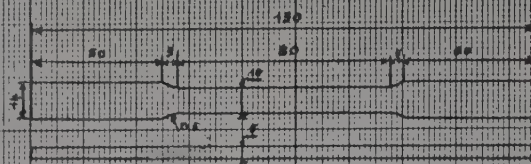
$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

ACIER SPECIAL POUR SOUDURE A 55 KG/cm²

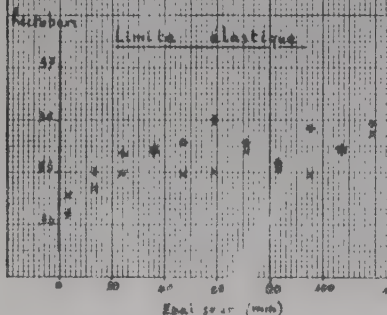
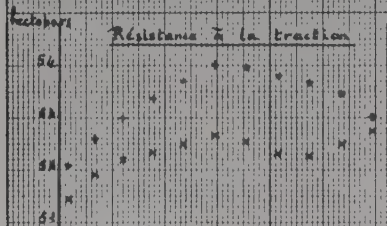
TOLE DE 125 mm D'EPaisseur



ESSAIS DE TRACTION SIMPLE
SUR ÉPROUVETTES PLATES DE 50 mm² DE SECTION
PRÉLEVÉES PARALLELEMENT AU PLAN DE LA TÔLE



+ Éprouvettes en long } parallèlement au plan de la tôle
x Éprouvettes en travers }



	LIMITE ELASTIQUE		CHARGE DE RUPTURE	
	LONG	TRAVERS	LONG	TRAVERS
Nombre d'éprouvettes	11	11	11	11
Moyenne (hectobars)	35,38	35,42	53,35	52,10
Maxi - Mini (hectobars)	4,78	1,28	1,94	1,34
Maxi - Mini Moyenne (%)	5,03	3,50	3,57	2,57
Ecart-type (hectobars)	0,48	0,22	0,40	0,25
Ecart-type Moyenne (%)	1,20	0,54	1,12	0,78

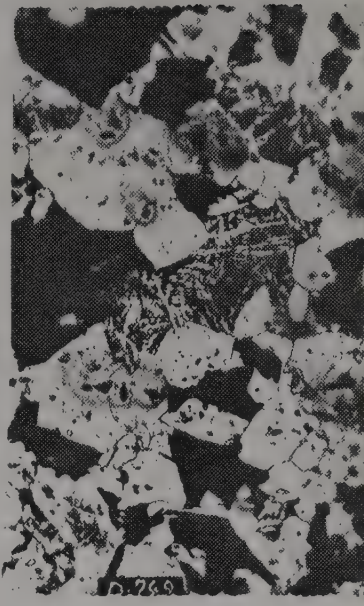
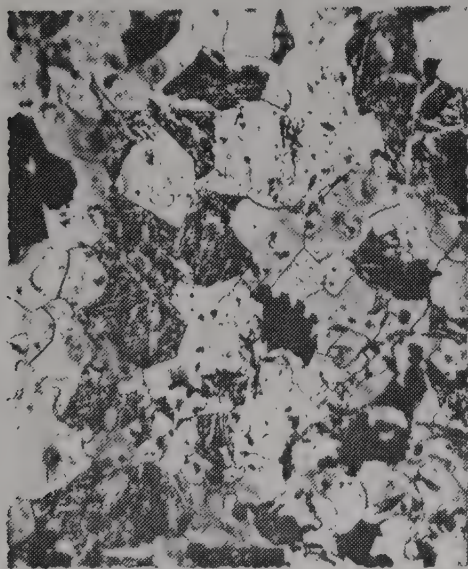
Planche 5-3

Attaque Nital 45 sec.

Grossissement 400



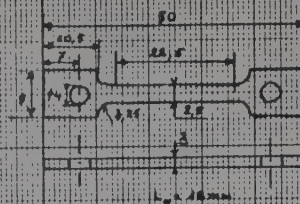
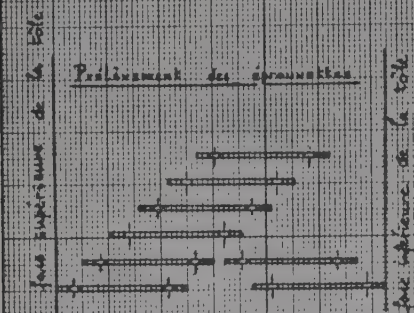
structure en peau

structure à $\frac{e}{10}$ structure à $\frac{e}{4}$ structure à cœur $\frac{e}{2}$ structure à $\frac{3e}{4}$

ACIER SPECIAL POUR SOUDURE A 55 KG/MM²

TOLE DE 125 MM D'EPAISSEUR

ESSAIS DE TRACTION SIMPLE
SUR EPROUVETTES PLATES DE 5 mm² DE SECTION



Allongement après rupture

Echantillons prélevés perpendiculairement au plan de la tôle

Résistance à la traction

Limite élastique

	Limite élastique	Charge de rupture
Nombre d'éprouvettes	8	8
Moyenne (hectobars)	32,47	62,19
Max - Min (hectobars)	1,38	1,01
Max - Min Moyenne (%)	7,50	1,59
Ecart-type (hectobars)	0,88	0,42
Ecart-type Moyenne (%)	2,14	0,60

Epaisseur (mm)

Planche 5-5

Les résultats obtenus sur éprouvettes de 5 mm^2 * pour machine Chevenard, orientées perpendiculairement au plan de la tôle, font l'objet de la planche 5-5. Les points correspondant aux diverses éprouvettes ont été figurés au niveau de leur section de rupture dans l'épaisseur de la tôle.

Si les charges et les allongements de rupture sont du même ordre que ceux obtenus avec les éprouvettes parallèles au plan de la tôle, on trouve, par contre, pour la limite élastique inférieure, des valeurs inférieures d'au moins 200 bars à celles observées sur les éprouvettes parallèles au plan de la tôle.

Contrairement à ces dernières, les courbes de traction relevées sur ces éprouvettes de 5 mm^2 ne faisaient d'ailleurs pas apparaître de limite supérieure d'élasticité.

÷ ÷ ÷

* Largeur de 2,5mm constante à $\pm 0,02 \text{ mm}$ près - Epaisseur de 2mm constante à $\pm 5 \mu$ près

÷ ÷

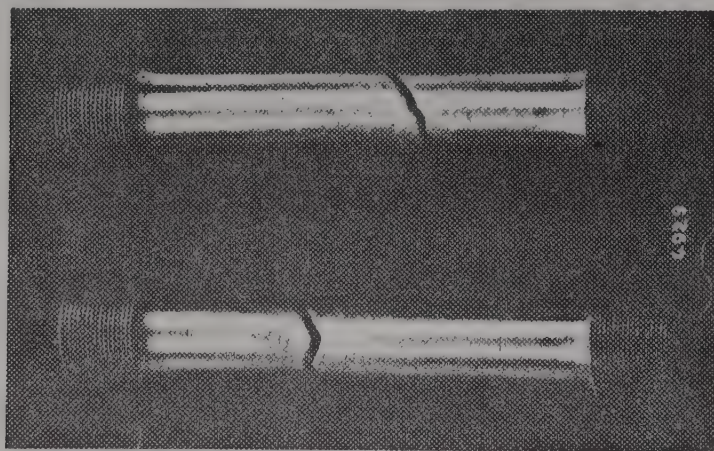
5.1.3.3 Expériences sur éprouvettes tubulaires

Nous avons effectué sur éprouvettes tubulaires :

- d'une part, des essais visant à déterminer l'influence éventuelle de l'épaisseur de la paroi sur la mesure de la limite élastique ;
- d'autre part, des essais visant à déterminer l'anisotropie de l'acier étudié.

On peut voir, sur la photo ci-dessous, l'aspect d'une telle éprouvette après essai de traction avec légère étreinte, poussé jusqu'à la rupture : on voit nettement le réseau des lignes de glissement.

Photo n° 5-6



5.1.3.3.1 Effet de dimension des éprouvettes

Les essais ont été effectués avec des éprouvettes de diamètre intérieur voisin de 10,1mm, le diamètre extérieur ayant approximativement pour valeur 11,1mm - 11,8 mm ou 12,5 mm. Les sections droites respectives de ces éprouvettes avaient dans ces conditions une valeur de l'ordre de 16,29 ou 42 mm^2 .

Les résultats obtenus sont groupés dans le tableau 5-7 ci-contre et sont exprimés en bars.

Diamètre extérieur	Eprouvettes en long		Eprouvettes en travers	
	Traction simple (machine AMSLER) repère	Traction • compression repère	Traction simple (machine AMSLER) repère	Compression simple (machine AMSLER) repère
11,1mm	B 22 3370 B 32 3420 Moyenne=3390 Moyenne=3390	G 3 1930 + 1560 = 3490 H 3 1980 + 1590 = 3570 K 2 1960 + 1580 = 3540 Moyenne 1960 + 1570 = 3530	L 3 3220 M 3 3190 N 3 3250 Moyenne = 3220	L 2 - 3390 M 2 - 3370 N 2 - 3310 Moyenne - 3360
11,8mm	G 1 3460 H 1 3380 K 5 3410 Moyenne=3420	H 2 1870 + 1720 = 3590		L 1 - 3390 M 1 - 3460 N 1 - 3470 Moyenne - 3450
12,5mm			L 4 3490 M 4 3490 N 4 3470 Moyenne = 3480	L 5 - 3300 M 5 - 3270 N 5 - 3270 Moyenne - 3280

Tableau 5 - 7

On remarque, pour les essais de traction simple, un effet d'échelle assez net, la limite élastique observée ayant une valeur croissante avec la section droite de l'éprouvette, qui tend vers 3500 à 3600 bars, quand la section tend vers 50 mm².

Il est plus difficile de mettre en évidence un effet analogue pour les efforts de compression simple, Les éprouvettes L5, M5, N5 étant prélevées en peau, comme les éprouvettes L1, M1, N1, mais sur l'autre face, la différence des valeurs obtenues peut s'expliquer par les caractéristiques différentes des deux faces de la tôle.

En traction-compression : les essais ayant été effectués avant la mise au point définitive de l'appareil d'essais ne permettent pas de se prononcer sur l'influence exacte de l'épaisseur de paroi pour la mesure de la contrainte limite avant déformation permanente, cette influence étant faible.

5.1.3.3.2 - Etude de l'anisotropie de la tôle.

Les essais ont été effectués sur éprouvettes tubulaires de diamètre extérieur 11,1 mm, prélevées longitudinalement, transversalement ou perpendiculairement aux faces de la tôle. Les résultats sont groupés sur le tableau 5-8 ci-dessous où ils sont exprimés en bars.

	Traction simple	Traction - compression	Compression simple
Eprouvettes en long	(machine Amsler)		(machine Amsler)
	B 22 3370 B 32 3420 Moyenne = 3390	G 3 = 1930 + 1560 = 3490 H 3 = 1980 + 1590 = 3570 K 2 = 1960 + 1580 = 3540 Moy. 1955 + 1575 = 3530	B 42 -3100 B 51 -3100 B 52 -3280 Moyenne = -3160
Eprouvettes en travers	(machine Amsler)		(machine Amsler)
	L 3 3220 M 3 3190 N 3 3250 Moyenne = 3220	D31 = 1640 + 1345 = 2985 D32 = 1590 + 1305 = 2895 Moy. 1615 + 1325 = 2940	L 2 -3390 M 2 -3370 N 2 -3310 Moyenne = -3360
Eprouvettes perpendiculaires au plan de la tôle	(machine Amsler)		(machine Amsler)
	Z 1 3270 appareil spécial (traction + étreinte) Z5 = 2970 + 180 = 3150 Z6 = 3030 + 180 = 3210 Moy = 3000 + 180 = 3180	Z7 = 1703 + 1345 = 3048 Z9 = 1730 + 1360 = 3090 Moy = 1715 + 1352 = 3067	Z 2 -3100 appareil spécial (compression pure) Z10 -2950 Z11 -2930 Moyenne = -2940

Tableau 5-8

La détermination de la limite élastique en traction et en compression simple a été effectuée en général d'après les diagrammes obtenus sur une machine Amsler. Cette valeur semble supérieure à celle que l'on a pu mesurer sur la machine d'essais décrite au par. 4-1. Cette différence résulte probablement de la plus grande finesse obtenue dans la mesure des allongements avec la machine d'essais.

Les résultats obtenus sur les éprouvettes G3, H3 et K2 sont vraisemblablement erronés légèrement par excès. Ils correspondent, en effet, aux premières expériences effectuées sur la machine d'essais, avant l'élimination du frottement des têtes dans l'alésage de la machine.

Les éprouvettes transversales ont une résistance en traction-compression inférieure à celle des éprouvettes perpendiculaires au plan de la tôle. Ceci semble bien résulter de la résistance en compression déficitaire dans le sens de l'épaisseur, vis-à-vis du sens longitudinal et de la résistance en traction déficitaire dans le sens de l'épaisseur vis-à-vis du sens transversal.

Il résulte de tous ces essais sur des tôles de qualité chaudières :

- que la résistance élastique longitudinale est la plus forte,
- que la résistance élastique dans l'épaisseur est la plus faible,
- que le matériau peut être considéré comme homogène à $\pm 3\%$ près pour les caractéristiques mécaniques

Pour la tôle de 125 mm d'épaisseur, l'addition d'un tenseur correctif de valeurs principales

- 1,4 hectobars dans le sens longitudinal,
- + 0,2 hectobars dans le sens transversal,
- 0,9 hectobars dans le sens de l'épaisseur

donnerait pour le cercle de Mohr de tous les essais sur machine Amsler un diamètre de $(32,6 \pm 0,8)$ hectobars.

Nos essais ayant pu être ensuite exécutés avec une grande précision, nous avons étudié deux métaux homogènes : l'acier inoxydable et un alliage d'aluminium.

5,2 Essais sur acier inoxydable.

5,2.1 - Ces essais ont été effectués avec des éprouvettes tubulaires de diamètre intérieur 10mm, pour un diamètre extérieur de 11,1mm, prélevées longitudinalement dans une barre de diamètre 20mm et hypertrempées à 1125° C.

L'acier en cause, acier de décolletage genre NSU, livré par les Aciéries d'Ugine avait les caractéristiques suivantes :

Composition chimique

	%
Carbone	0,05
Soufre	0,24
Phosphore	0,020
Silicium	0,44
Manganèse	0,95
Cuivre	0,03
Nickel	8,88
Chrome	18,28
Molybdène	0,41



Examens micrographiques (planche 5 - 10)

A l'état de livraison, après attaque au chlorure ferrique, l'examen micrographique sur une coupe de la barre met en évidence l'état d'écrouissage très marqué du métal. Les bandes de glissement à l'intérieur des grains apparaissent avant le contour des joints. Les nombreux points noirs qui parsèment la structure sont des inclusions sulfureuses accentuées par l'attaque.

Après hypertrempe à 1125°C, les traces d'écrouissage ont disparu, comme en témoigne la deuxième photographie de la planche 5 - 10. Le comportement du métal est alors vraisemblablement devenu isotrope [59] [60] [61].

5,2.2. - A l'aide du dispositif décrit au par. 4,1, nous avons effectué des essais de traction avec légère étreinte, compression pure et traction - compression, sur des éprouvettes tubulaires hypertrempées à l'état d'ébauches avant leur usinage de finition. L'axe des éprouvettes coïncidant avec l'axe de la barre, les contraintes principales σ_I , σ_{II} et σ_{III} sont identiques aux valeurs σ_a , σ_θ et σ_r , calculées par les formules du paragraphe 4,3.1.3.

- Les relevés dimensionnels des éprouvettes font l'objet du tableau 5 - 11,
- Les relevés expérimentaux font l'objet des planches 5 - 12, 5 - 13 et 5 - 14.
- Les résultats expérimentaux sont groupés sur le tableau 5 - 15.
- Sur la planche 5 - 16, figure 1, nous avons tracé les cercles de Mohr correspondant aux 6 éprouvettes essayées dans ces conditions : on voit qu'il est possible de tracer une enveloppe pour ces cercles.

5,2.3. - Nous avons ensuite effectué des essais, avec pression interne et pression externe, appliquées simultanément sur l'éprouvette, en vue d'étudier l'influence de la contrainte principale intermédiaire sur la limite élastique du matériau.

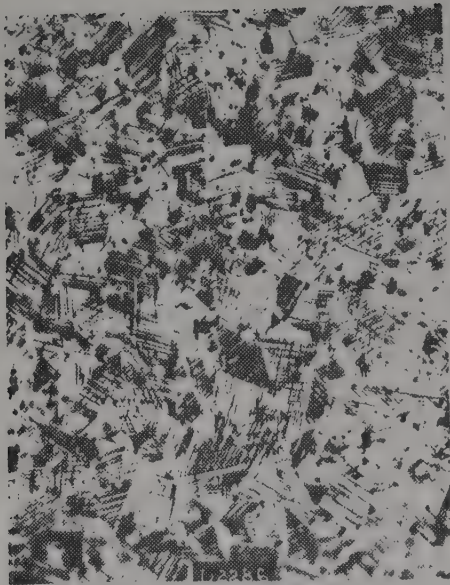
L'expérience se déroulait de la façon suivante : un certain niveau d'huile étant atteint dans les bouteilles tampons, on alimentait en azote le ciel de ces bouteilles, ce qui permettait de faire monter simultanément la pression d'huile à l'intérieur et à l'extérieur de l'éprouvette jusqu'à obtenir la valeur cherchée pour la pression externe de l'éprouvette (58 ou 82,5 bars). On faisait alors débiter la pompe sur l'intérieur de l'éprouvette, l'extérieur demeurant à pression constante, grâce au ciel d'azote de la bouteille tampon correspondante.

Les relevés expérimentaux sont groupés sur la planche 5 - 17.

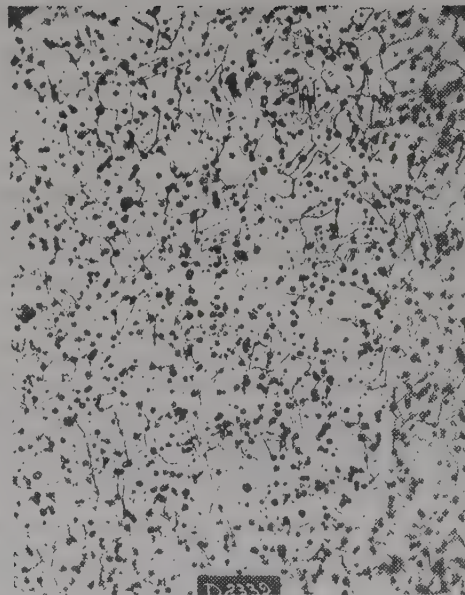
Sur cette planche, nous avons représenté l'allongement des éprouvettes (en abscisse) en fonction de la pression interne qui leur était appliquée. Chaque diagramme se compose en fait en deux parties distinctes : la partie inférieure correspondant à une pression interne et une pression externe identiques, croissant simultanément jusqu'au seuil fixé (82,5 bars pour les éprouvettes n^{os} 7 et 8, 58 bars pour les éprouvettes n^{os} 9 et 10). L'état de contrainte correspondant est une traction avec légère étreinte. La partie supérieure correspond à la poursuite de l'essai avec accroissement seul de la pression interne, la pression externe restant égale à la valeur précédemment atteinte. L'état de contrainte correspondant est une traction double.

Les relevés dimensionnels des éprouvettes et les résultats de ces essais sont groupés avec les précédents sur les tableaux 5 - 11 et 5 - 15.

Sur la planche 5 - 16, figure 2, nous avons fait figurer les cercles de Mohr correspondant

ACIER INOXYDABLElivré en barre de ϕ 20 mm .

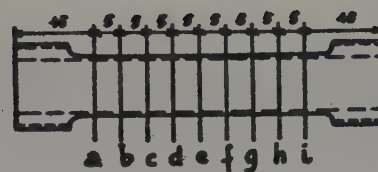
Brut de livraison
Attaque au chlorure ferrique
G x 400



Après hypertrempe à 1125° c.
Attaque au chlorure ferrique
G x 200

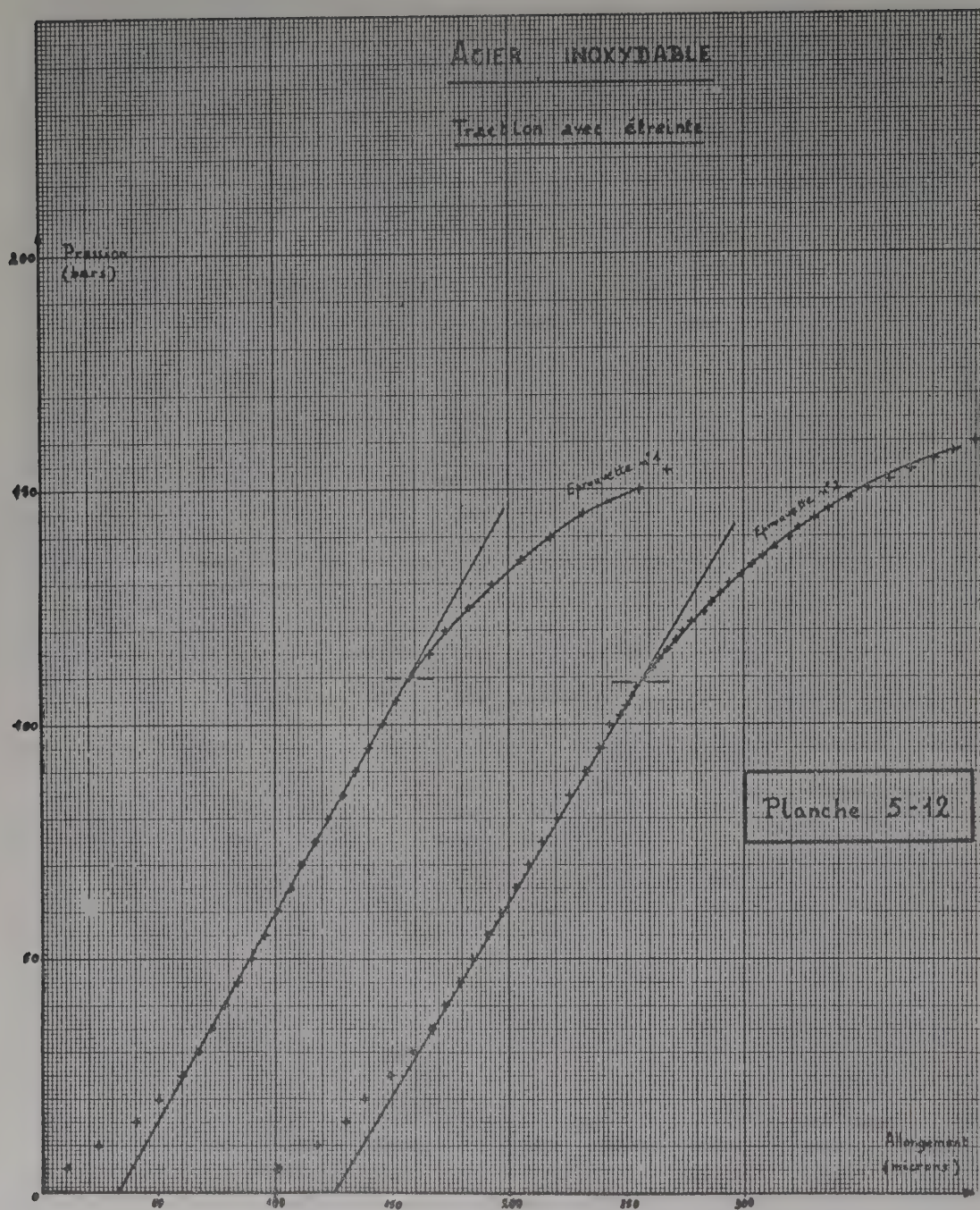
Acier inoxydable

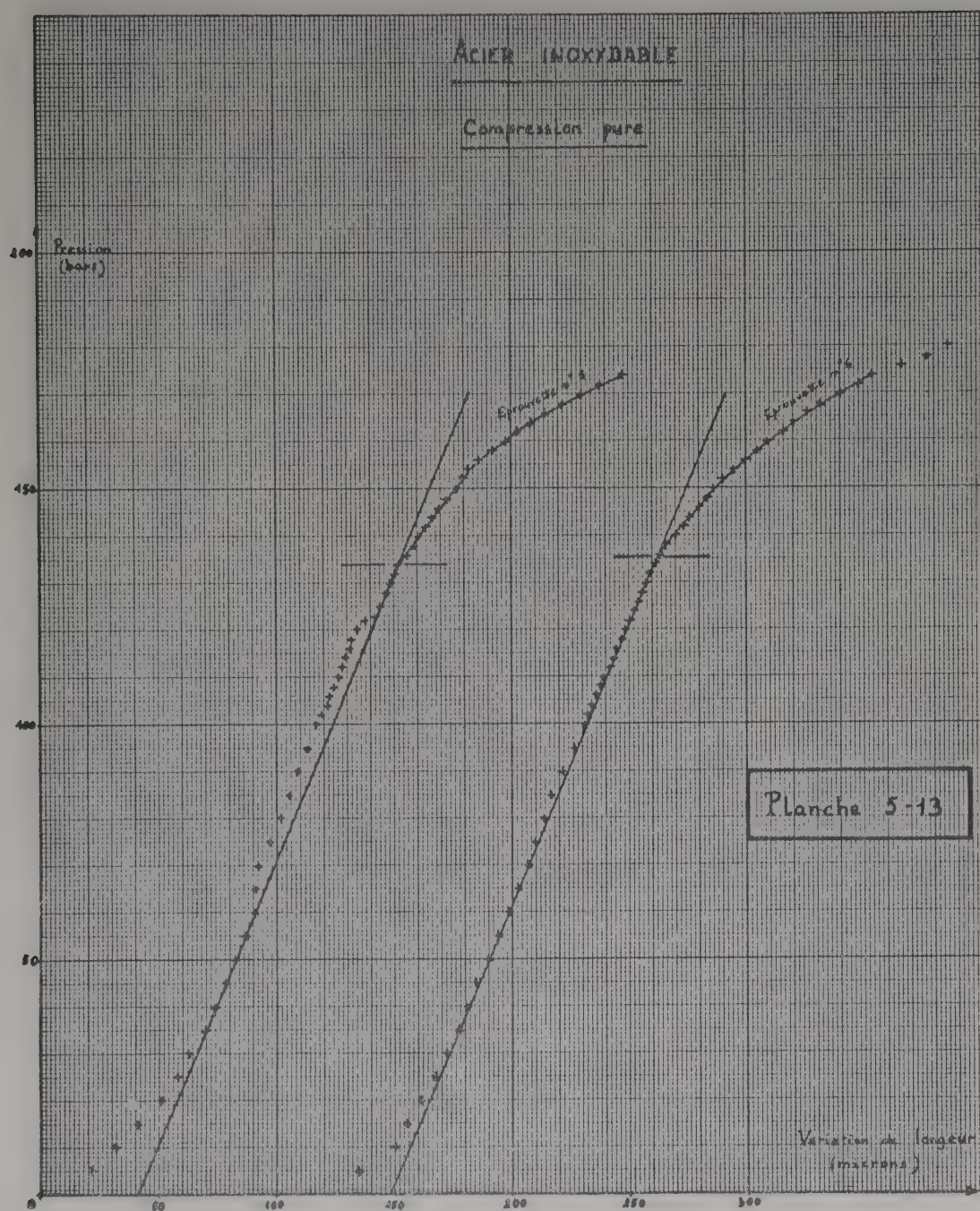
Caractéristiques dimensionnelles des éprouvettes
(millimètres)

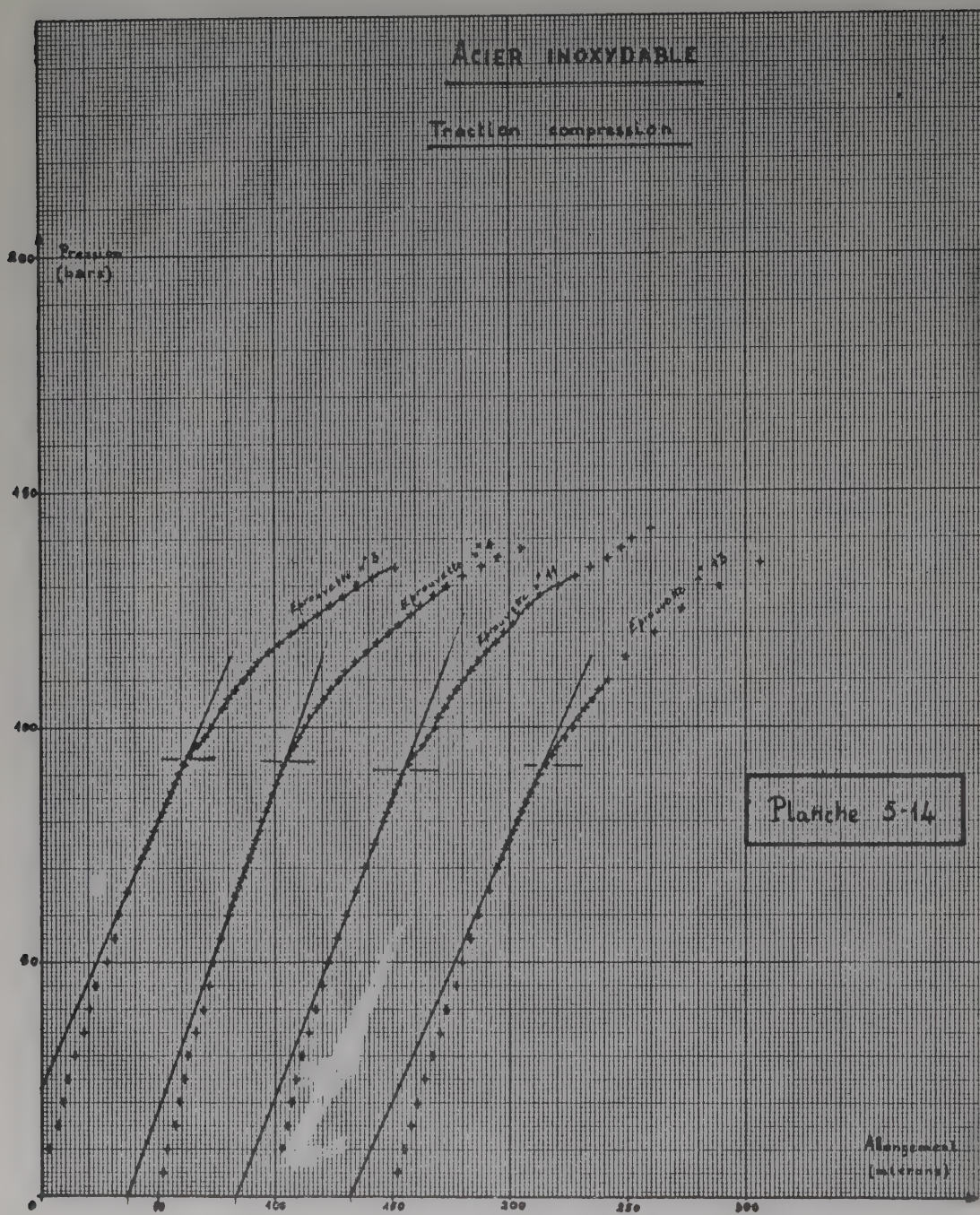


REPERE	Section	a	b	c	d	e	f	g	h	i
	Diamètres									
1	ϕ ext.	11,110	,108	,106	,105	,105	,105	,105	,103	,102
	ϕ int.	10,012	,014	,016	,020	,024	,029	,033	,036	,040
2	ϕ ext.	11,103	,104	,105	,106	,107	,107	,106	,105	,105
	ϕ int.	10,017	,018	,020	,022	,024	,025	,026	,027	,027
3	ϕ ext.	11,106	,103	,103	,103	,103	,103	,103	,104	,106
	ϕ int.	10,025	,028	,031	,035	,040	,044	,047	,050	,052
4	ϕ ext.	11,106	,106	,106	,106	,106	,105	,103	,103	,106
	ϕ int.	10,015	,019	,023	,028	,031	,036	,040	,043	,046
5	ϕ ext.	11,102	,102	,100	,100	,102	,102	,102	,105	,114
	ϕ int.	10,012	,016	,020	,025	,030	,035	,040	,045	,049
6	ϕ ext.	11,102	,102	,102	,102	,102	,102	,102	,105	,106
	ϕ int.	10,010	,015	,020	,025	,030	,035	,039	,044	,048
7	ϕ ext.	11,100	,100	,100	,101	,102	,102	,102	,102	,107
	ϕ int.	10,016	,020	,025	,030	,035	,040	,045	,049	,053
8	ϕ ext.	11,105	,105	,104	,104	,103	,103	,102	,102	,101
	ϕ int.	10,010	,015	,020	,025	,030	,035	,040	,044	,047
9	ϕ ext.	11,106	,106	,106	,106	,106	,106	,104	,104	,111
	ϕ int.	10,011	,016	,020	,024	,028	,031	,034	,036	,038
10	ϕ ext.	11,104	,104	,104	,104	,105	,106	,106	,106	,114
	ϕ int.	10,024	,027	,030	,033	,036	,039	,040	,042	,044
11	ϕ ext.	11,094	,094	,094	,095	,095	,095	,096	,099	,106
	ϕ int.	10,013	,018	,025	,030	,038	,045	,050	,055	,060
13	ϕ ext.	11,105	,105	,105	,105	,105	,105	,101	,101	,110
	ϕ int.	10,036	,040	,044	,048	,050	,052	,054	,055	,056

Tableau 5 - 11







Acier inoxydable

TENSEUR D' ACTION

Etat de contraintes	N° de l'éprouvette	Dimensions nominales			Pression critique (bars)		Contraintes principales (hectobars)			
		ϕ_e mm	ϕ_i mm	$\frac{\Delta e}{e}$	interne	externe	$\sigma_I = \sigma_a$	$\sigma_{II} = \sigma_\theta$	$\sigma_{III} = \sigma_\nu$	cercle de Mohr ϕ
Traction avec étreinte	1	11,105	10,024	$33 \cdot 10^{-3}$	110	110	18,26	-1,10	-1,10	19,36
	2	11,106	10,022	$7 \cdot 10^{-3}$	109	109	18,05	-1,09	-1,09	19,14
Compression pure	5	11,102	10,030	$28 \cdot 10^{-3}$	0	134	23,78	0	0	23,78
	6	11,102	10,030	$30 \cdot 10^{-3}$	0	135,5	24,05	0	0	24,05
Traction compression	3	11,103	10,040	$25 \cdot 10^{-3}$	0	93,5	11,60	-9,30	-0,47	20,90
	4	11,106	10,031	$29 \cdot 10^{-3}$	0	93	11,41	-9,14	-0,46	20,55
	11	11,095	10,038	$39 \cdot 10^{-3}$	0	91	11,37	-9,07	-0,45	20,44
	13	11,105	10,046	$19 \cdot 10^{-3}$	0	92	11,45	-9,19	-0,46	20,64
Traction double	7	11,102	10,035	$29 \cdot 10^{-3}$	184	82,5	18,42	10,15	-1,33	19,75
	8	11,103	10,030	$29 \cdot 10^{-3}$	180	82,5	18,13	9,60	-1,31	19,44
	9	11,106	10,024	$29 \cdot 10^{-3}$	228	58	17,09	16,60	-1,43	18,52
	10	11,106	10,024	$9 \cdot 10^{-3}$	245	58	17,84	18,26	-1,51	19,77

Tableau 5 - 15

ACIER INOXYDABLE

TENSEURS D'ACTION

CERCLES DE MOHR

Figure 1

Enveloppe des cercles de Mohr

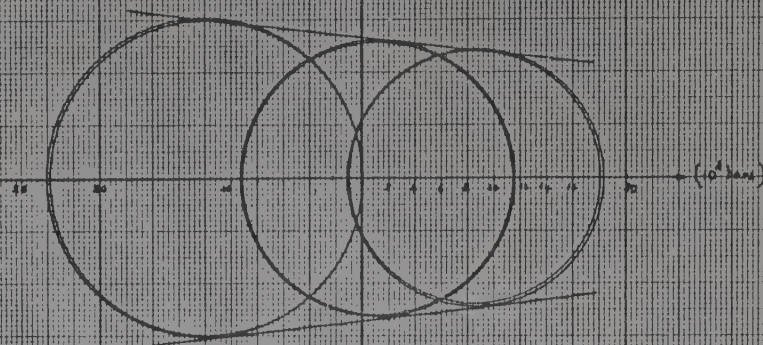
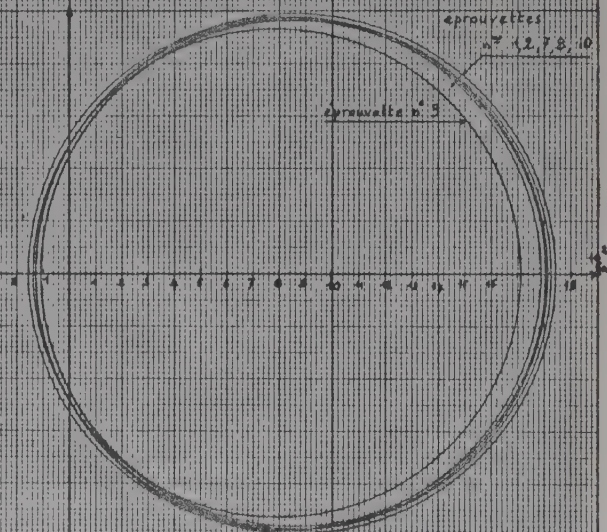


Figure 2

Influence de la contrainte principale intermédiaire



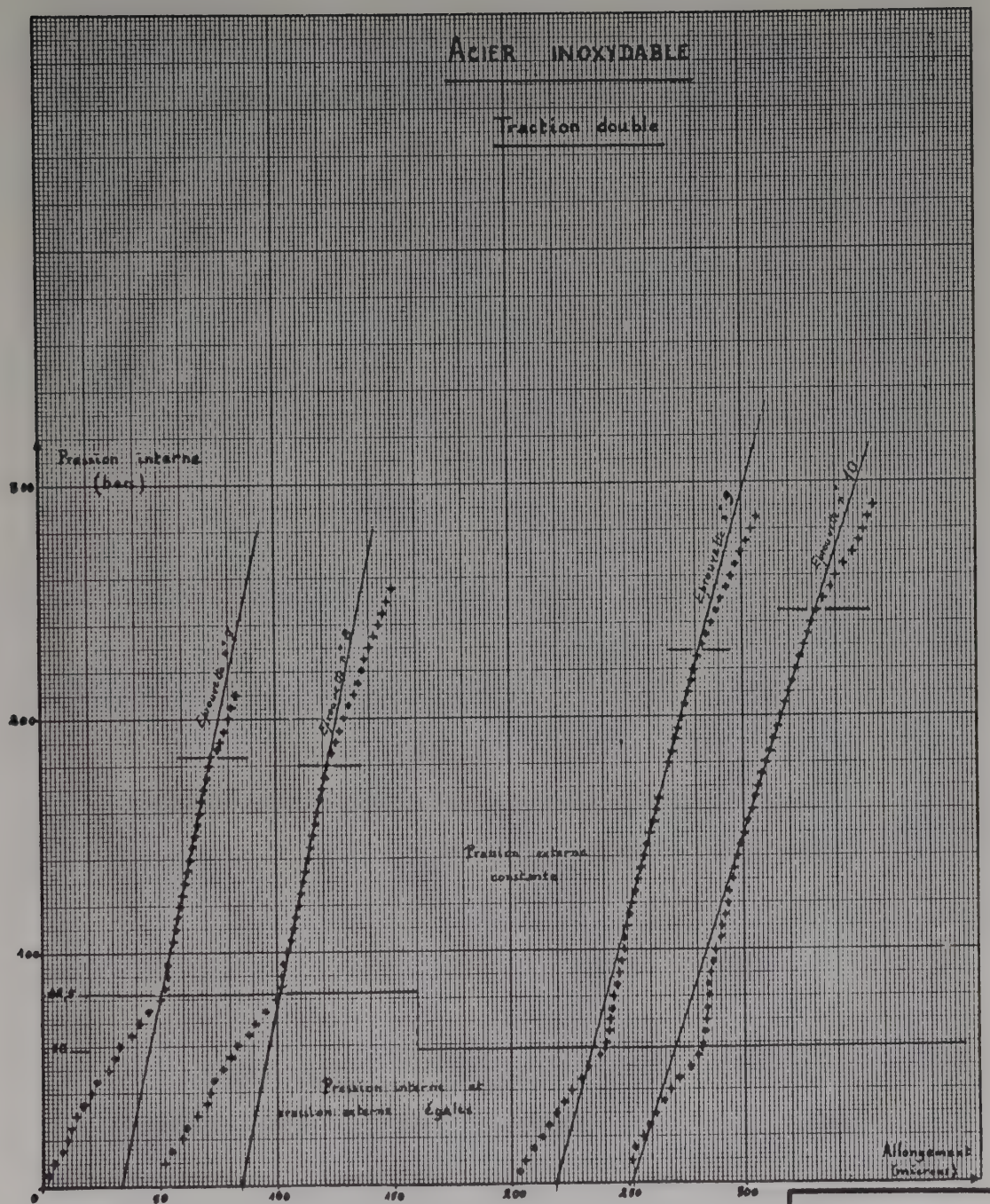


Planche 5-17

à ces 4 essais et aux 2 essais en traction avec étreinte déjà cités au par. 5,2.2. On notera que, mis à part le cercle correspondant à l'éprouvette n° 9, les différents cercles de Mohr sont pratiquement confondus.

L'éprouvette n° 9 est identique à l'éprouvette n° 10 qui a même cercle de Mohr que les autres éprouvettes différemment sollicitées. La différence de pression limite entre les deux éprouvettes 9 et 10 (228 et 245 bars) montre une légère défaillance accidentelle du métal (- 7 %) d'autant mieux remarquée dans ce genre d'essais que les glissements (dans les plans passant par σ_θ) intéressent peu de métal (l'épaisseur) .

5,2.4) En conclusion, on voit que la limite élastique du matériau étudié est définie par une courbe intrinsèque et n'est pas influencée par la valeur de la contrainte principale intermédiaire.

Cette courbe intrinsèque est nettement différente de celle des métaux habituellement utilisés formée de deux droites parallèles, avec même résistance élastique en traction et compression simple.

Pour l'acier inoxydable expérimenté, la résistance à la compression est notablement supérieure à la résistance à la traction et le cercle de Mohr, que nous venons de déterminer, est l'élément essentiel de la prévision pour l'utilisation mécanique de ce métal à l'état hyperefflué .

5,3 Expérience avec un alliage léger fortement anisotrope

Les essais, dont il est rendu compte ci après, ont été effectués sur un matériau (alliage d'aluminium AU 4 G écroui) dont le mode de fabrication détermine une forte anisotropie, ce qui rend difficile, a priori, l'interprétation des résultats.

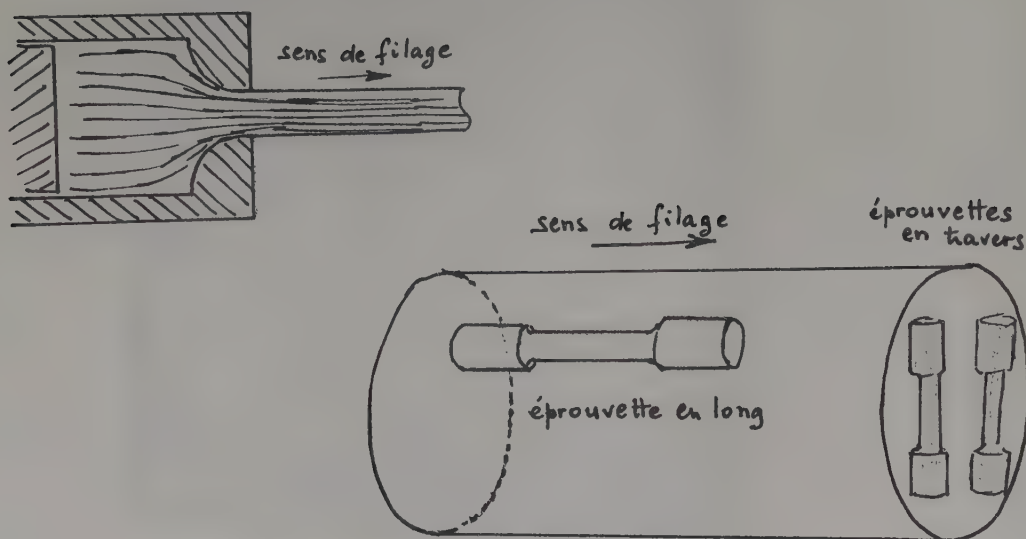
Ce métal, souvent utilisé pour ses propriétés mécaniques et sa résistance à la corrosion manifeste, lorsqu'il est obtenu par filage, a des propriétés mécaniques et métallurgiques particulières, connues sous le nom « d'effet de presse » [62] [63] . Classé comme alliage de forge et de laminage, il est prévu pour une densité de 2,75 et un coefficient de dilatation de 23.10^{-6} .

Nos essais ont été effectués sur une billette de 100mm de diamètre, à l'état brut de filage. L'analyse chimique a donné la composition suivante :

Cuivre	=	4,05 %
Magnésium	=	0,65 %
Silicium	=	0,49 %
Fer	=	0,37 %
Manganèse	=	0,77 %
Aluminium	=	93,65 %

Les éprouvettes ont été prélevées :

- dans le sens du filage, c'est-à-dire parallèlement à l'axe de la barre « éprouvettes en long » ou « éprouvettes longitudinales » ,
- perpendiculairement au sens du filage : « éprouvettes en travers »



5.3.1 - Des mesures de dureté Brinell effectuées sous charge de 125 kg avec une bille de 5mm de diamètre, montrent l'existence d'une zone périphérique plus dure au voisinage du bord. Ces résultats qui font l'objet de la photo n° 5 - 18 ont été confirmées par un examen macrographique (photo 5 -19) après polissage et attaque au réactif de Keller (acide fluorhydrique 0,5 %, acide chlorhydrique 1,5 %, acide nitrique 2,5 %, eau 100 cm³) : la structure macrographique est homogène avec, toutefois, au voisinage du bord, un grain beaucoup plus fin. La finesse de ce grain est particulièrement mise en évidence par un examen effectué au grossissement 100 après attaque de 545 secondes au réactif de Keller (photos n°s 5 -20 et 5 -21).

Des essais de traction simple effectués à la machine Chevenard sur éprouvettes plates de 5 mm² de section prélevées perpendiculairement à l'axe de la billette, à diverses distances de celui-ci, ont confirmé les résultats précédents : la zone centrale est pratiquement homogène, la zone périphérique présentant une résistance supérieure comme on peut le voir sur la planche 5 - 22. La dispersion des résultats s'explique par l'usinage des éprouvettes dont les variations d'épaisseur et de largeur le long de la partie « calibrée » atteignent jusqu'à 0,2mm chacune.

Des essais de traction simple effectués avec une machine Testwell sur des éprouvettes cylindriques de 8mm de diamètre, prélevées longitudinalement et transversalement dans la billette, ont montré une nette différence dans les caractéristiques moyennes du métal.

- en travers : limite élastique de l'ordre de 25,6 hectobars, charge de rupture de l'ordre de 39 hectobars, allongement à la rupture de 8,5 à 12,4 %, ce qui est en accord avec les résultats de la planche 5 -22.
- en long : caractéristiques plus élevées du centre à la périphérie.
- dans la zone centrale : limite élastique de l'ordre de 33 hectobars, charge de rupture de l'ordre de 47 hectobars, allongement à la rupture compris entre 12,1 et 17,4 %
- dans la zone corticale : limite élastique de l'ordre de 36,5 hectobars; charge de rupture de l'ordre de 48,5 hectobars, allongement à la rupture compris entre 13,6 et 15,9 %

PHOTO N° 5 - 19

Mesures de dureté
Brinell

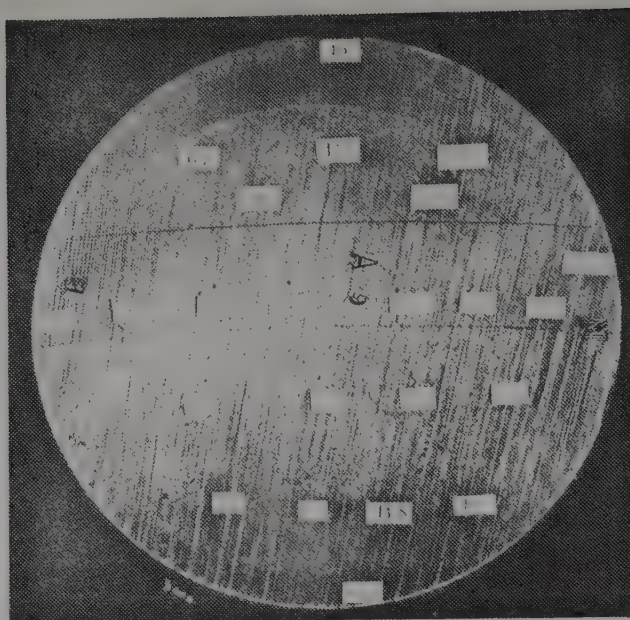


PHOTO N° 5 - 19

Structure macrographique après
polissage et attaque au réactif
de Keller

(grossissement = 1)

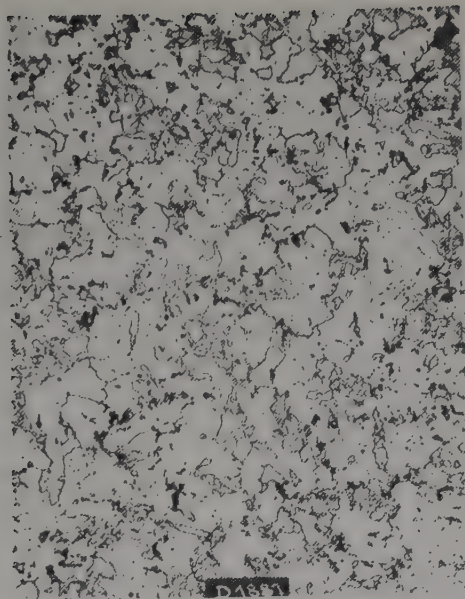


PHOTO N° 5 - 20

Structure à coeur

Attaque au réactif de Keller 45 sec.

x 100

PHOTO N° 5 - 21

Structure au bord

Attaque au réactif de Keller 45 sec.

x 100

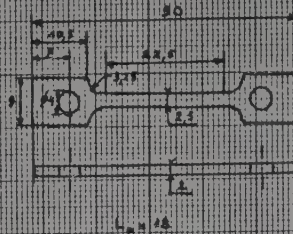


AU4G - ESSAIS DE TRACTION SIMPLE SUR EPROUVETTES TRANSVERSALES

(10³ bars)

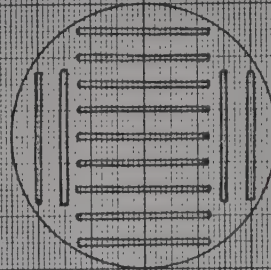
Charge de rupture

EPROUVETTES PLATES DE 5 mm²



Limite apparente d'élasticité

Echantillons prélevés dans deux branches longitudinales superposées par une rotation de 90° autour de l'axe de la billette



Distance à l'axe de la billette

Distance à l'axe de la billette

%

Allongement à la rupture

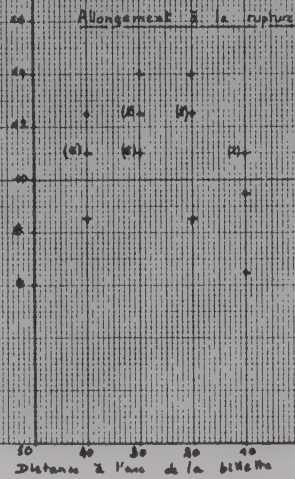


Planche 5-22

La zone centrale de la billette peut donc être considérée comme homogène, fortement anisotrope.

5.3.2 - Essais sur éprouvettes tubulaires

Nous avons utilisé des éprouvettes tubulaires du type décrit au par. 4,2, prélevées longitudinalement et transversalement dans la zone centrale de la billette.

Pour nous prémunir contre toute erreur expérimentale accidentelle, nous avons effectué, pour chaque détermination, l'essai sur au moins deux éprouvettes de dimensions si voisines que nous pouvons correctement utiliser les moyennes.

La réalisation mécanique des éprouvettes s'est révélée, dans l'ensemble, excellente, les diamètres intérieur et extérieur de la partie tubulaire étant généralement constants à mieux que 4 microns près. L'erreur relative sur l'épaisseur de la partie tubulaire $\frac{\Delta e}{e}$, qui, nous l'avons vu au paragraphe 4,3, constitue souvent l'erreur la plus importante sur la valeur des trois contraintes principales moyennes correspondant au seuil de plasticité choisi, ne dépasse pas dans les présents essais la valeur absolue de 13.10^{-3} , soit $\pm 0,65 \%$. Avec la valeur moyenne adoptée pour l'erreur entraînée par le frottement de la tête mobile dans l'alésage de la machine d'essais, il semble que la précision des valeurs calculées pour les contraintes principales moyennes soit de l'ordre de $\pm 1,5 \%$.

Les relevés dimensionnels des éprouvettes font l'objet des tableaux 5-23 et 5-24.

Nous avons effectué sur chaque famille d'éprouvettes (longitudinales et transversales) à l'aide de la machine d'essais, des expériences en traction avec légère étreinte, traction-compression et compression pure. Les résultats obtenus ont été complétés pour les éprouvettes transversales par quelques essais de traction et compression pures sur machine AMSLER.

Les relevés expérimentaux font l'objet des planches 5-25 à 5-30, donnant l'allongement de l'éprouvette en fonction de la pression hydraulique appliquée. On remarquera l'allure voisine des courbes d'une famille donnée correspondant à un essai de même nature.

Pour chaque état de chargement correspondant au seuil de plasticité, nous avons calculé la valeur des trois contraintes principales moyennes σ_I , σ_{II} et σ_{III} , la contrainte σ_I étant parallèle à l'axe de la billette.

La valeur des contraintes principales fait l'objet des tableaux 5-31 et 5-32.

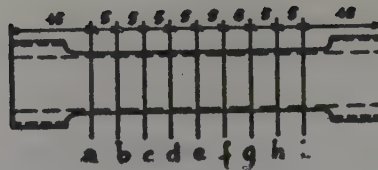
Pour les éprouvettes longitudinales, le tableau 5-31 montre la valeur du diamètre du plus grand cercle de Mohr. Cette valeur est presque la même en traction avec légère étreinte (3210 bars) et en traction avec compression (3280 bars) tandis qu'elle est beaucoup plus faible en compression pure (2410 bars).

Pour les éprouvettes transversales dont les résultats figurent sur le tableau 5-32, le diamètre du cercle de Mohr en traction-compression (2440 bars) est nettement inférieur à celui correspondant à l'essai de traction avec légère étreinte (2580 bars) ou à l'essai de compression pure (2990 bars). Dans un milieu isotrope, par contre, sa valeur devrait être comprise entre les deux dernières.

On peut voir sur la figure supérieure de la planche 5.33 l'aspect de tous les cercles de Mohr (moyens) correspondant aux essais effectués. L'absence d'enveloppe est évidente. La différence de diamètre entre le plus grand et le plus petit de ces cercles de Mohr est de l'ordre de 28% du plus petit diamètre.

Alliage léger
Eprouvettes en long

Caractéristiques dimensionnelles
(millimètres)



REPERE Diamètre		Section	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A 20 1	φ ext.	11,114	,114	,113	,112	,112	,111	,110	,109	,108	
	φ int.	10,018	,018	,018	,018	,018	,018	,018	,018	,019	
A 20 3	φ ext.	11,115	,115	,114	,114	,113	,113	,113	,112	,112	
	φ int.	10,019	,019	,019	,019	,019	,019	,019	,019	,019	
A 20 7	φ ext.	11,109	,109	,109	,108	,108	,108	,109	,109	,109	
	φ int.	10,020	,020	,020	,020	,021	,021	,022	,023	,023	
A 22 1	φ ext.	11,107	,108	,109	,110	,111	,112	,112	,113	,114	
	φ int.	10,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	
A 22 3	φ ext.	11,107	,107	,107	,107	,107	,108	,108	,108	,108	
	φ int.	10,023	,023	,023	,023	,023	,023	,023	,023	,023	
A 22 7	φ ext.	11,114	,114	,114	,114	,114	,114	,113	,111	,109	
	φ int.	10,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	
A 10 7	φ ext.	11,170	,168	,166	,166	,166	,166	,167	,168	,170	
	φ int.	10,004	,004	,004	,004	,004	,004	,004	,004	,004	
A 10 8	φ ext.	11,164	,164	,163	,162	,161	,161	,161	,162	,163	
	φ int.	10,002	,002	,001	,000	,000	9,998	9,997	9,995	9,994	
A 10 3	φ ext.	11,170	,170	,170	,170	,171	,171	,172	,173	,178	
	φ int.	10,002	,002	,002	,002	,002	,002	,002	,002	,002	
A 10 4	φ ext.	11,155	,155	,155	,155	,155	,157	,160	,163	,164	
	φ int.	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
A 21 1	φ ext.	11,103	,104	,105	,107	,109	,109	,109	,110	,110	
	φ int.	10,015	,015	,015	,015	,016	,016	,016	,017	,017	
A 21 3	φ ext.	11,112	,112	,113	,115	,117	,117	,118	,118	,119	
	φ int.	10,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	,022	
A 21 7	φ ext.	11,110	,112	,114	,115	,116	,117	,118	,119	,119	
	φ int.	10,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020	

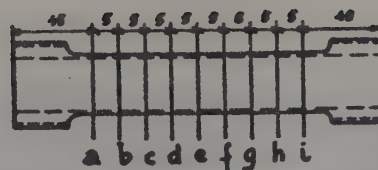
Tableau 5 - 23

Alliage léger

Eprouvettes en travers

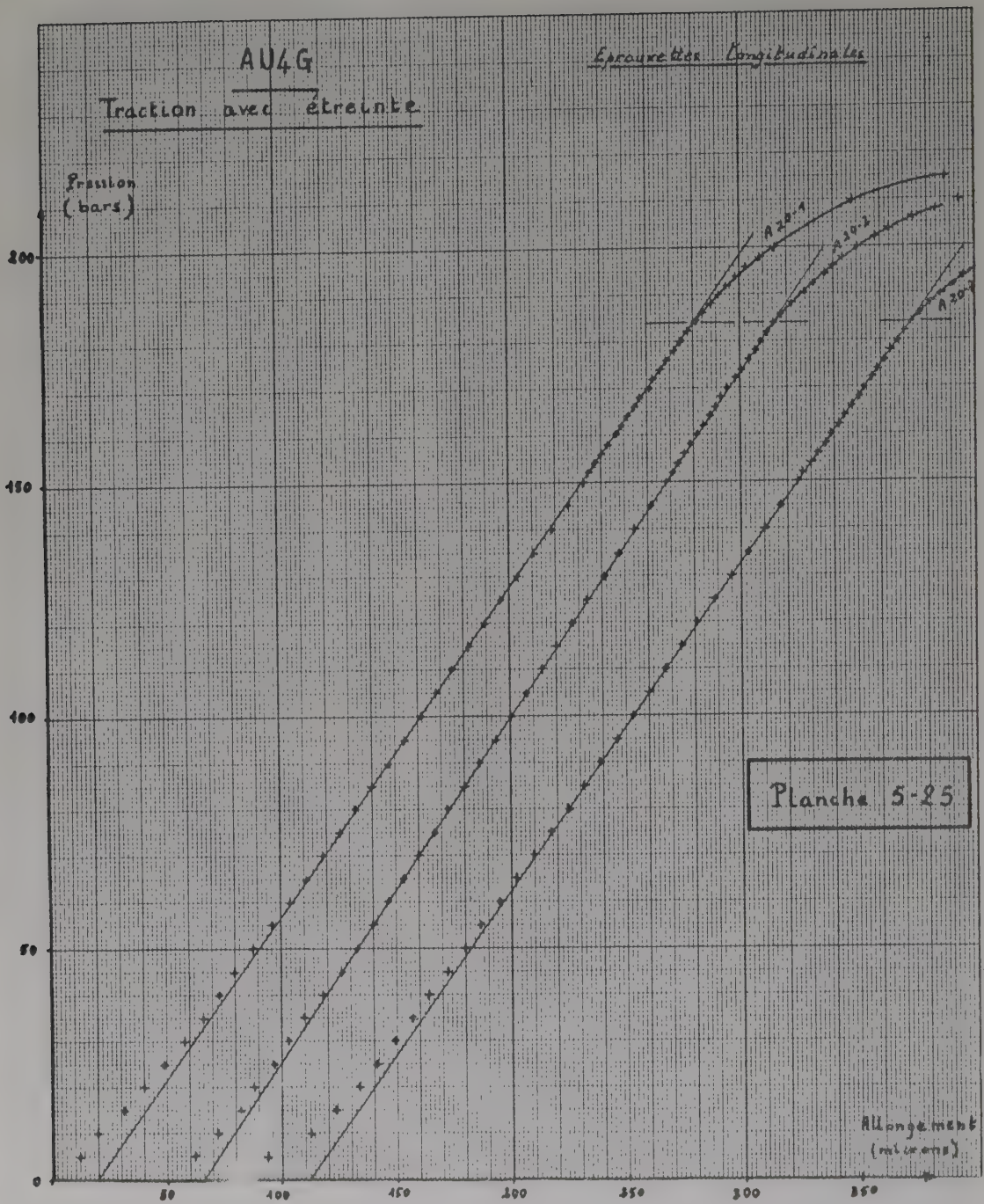
Caractéristiques dimensionnelles

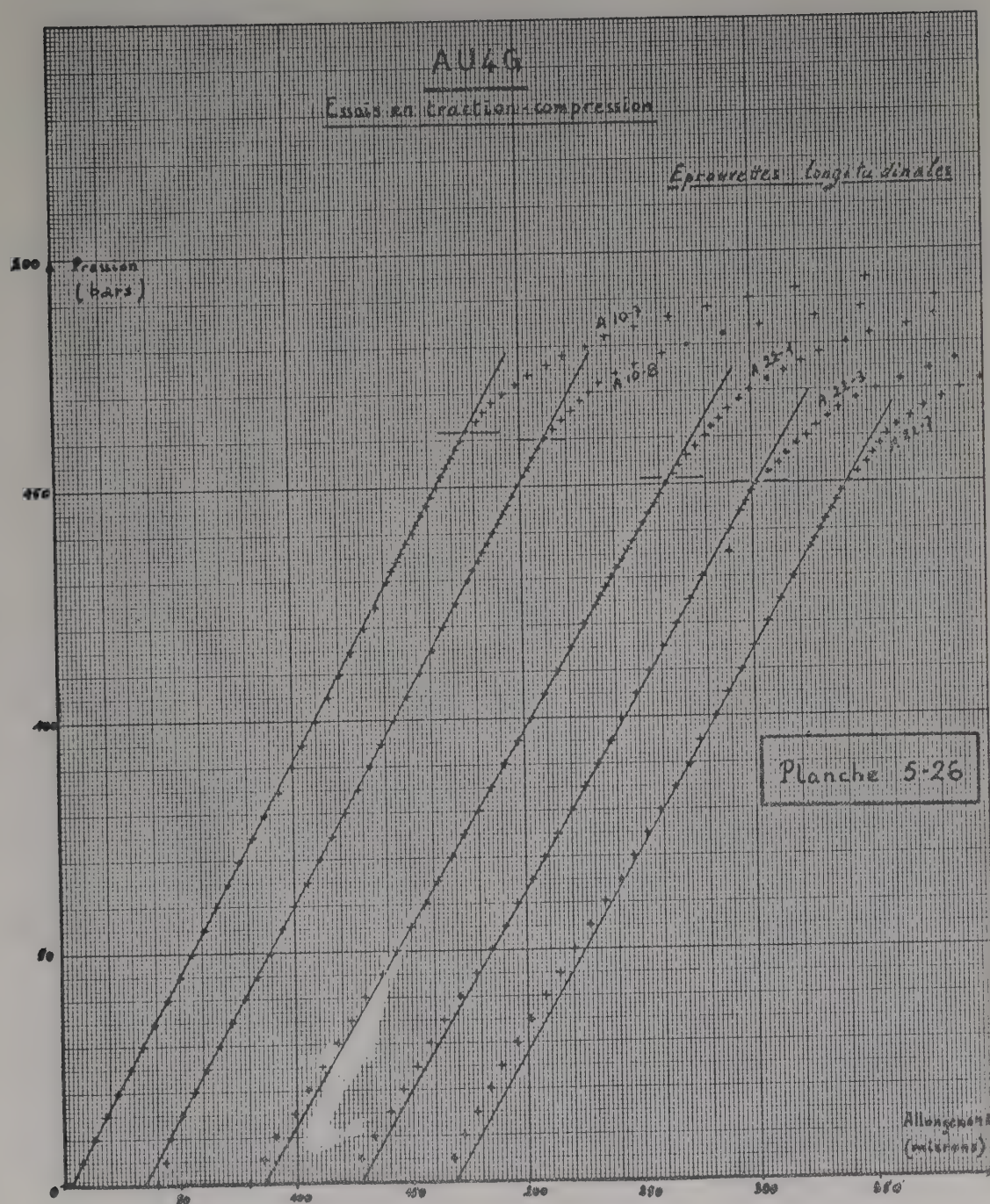
(millimètres)

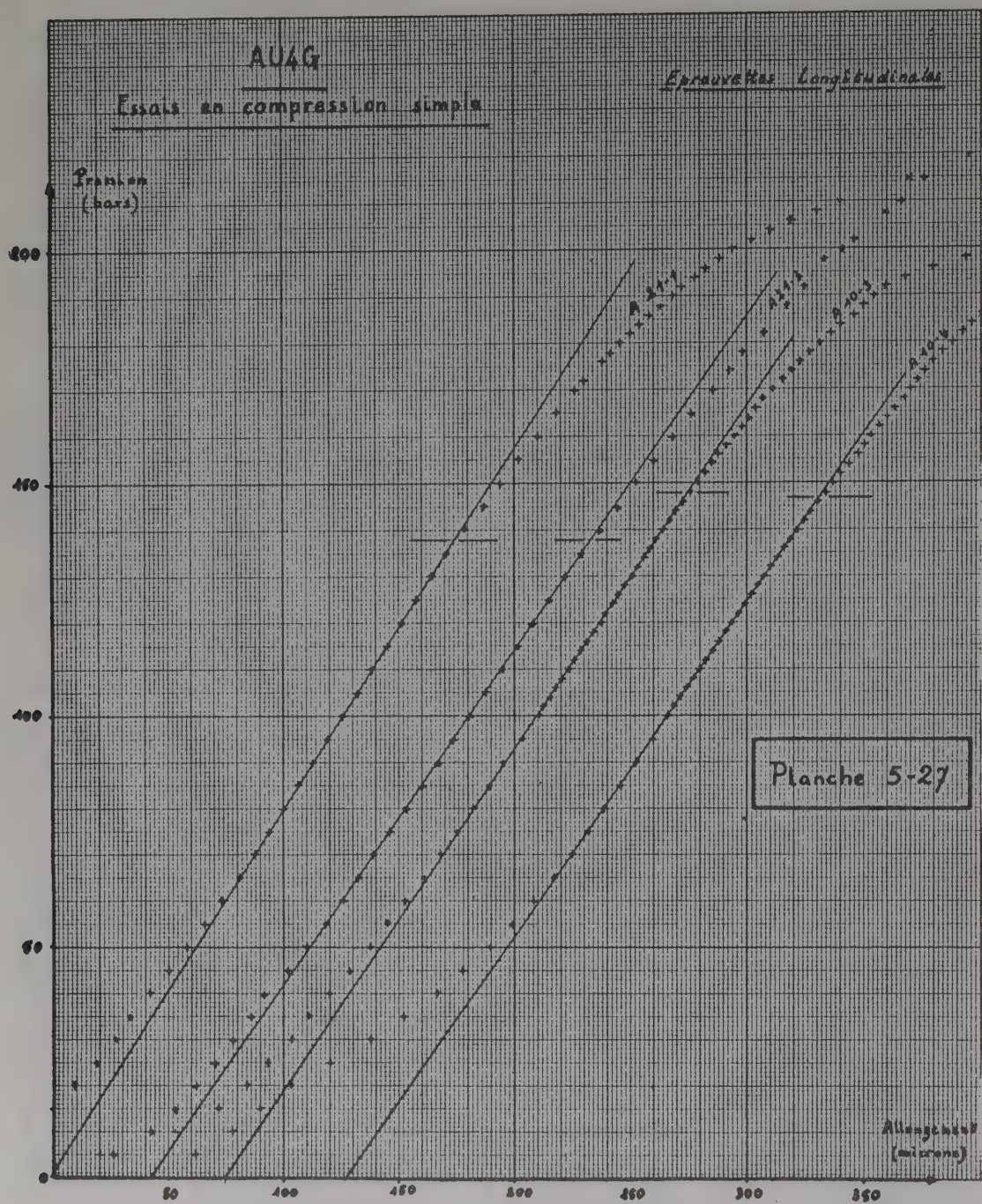


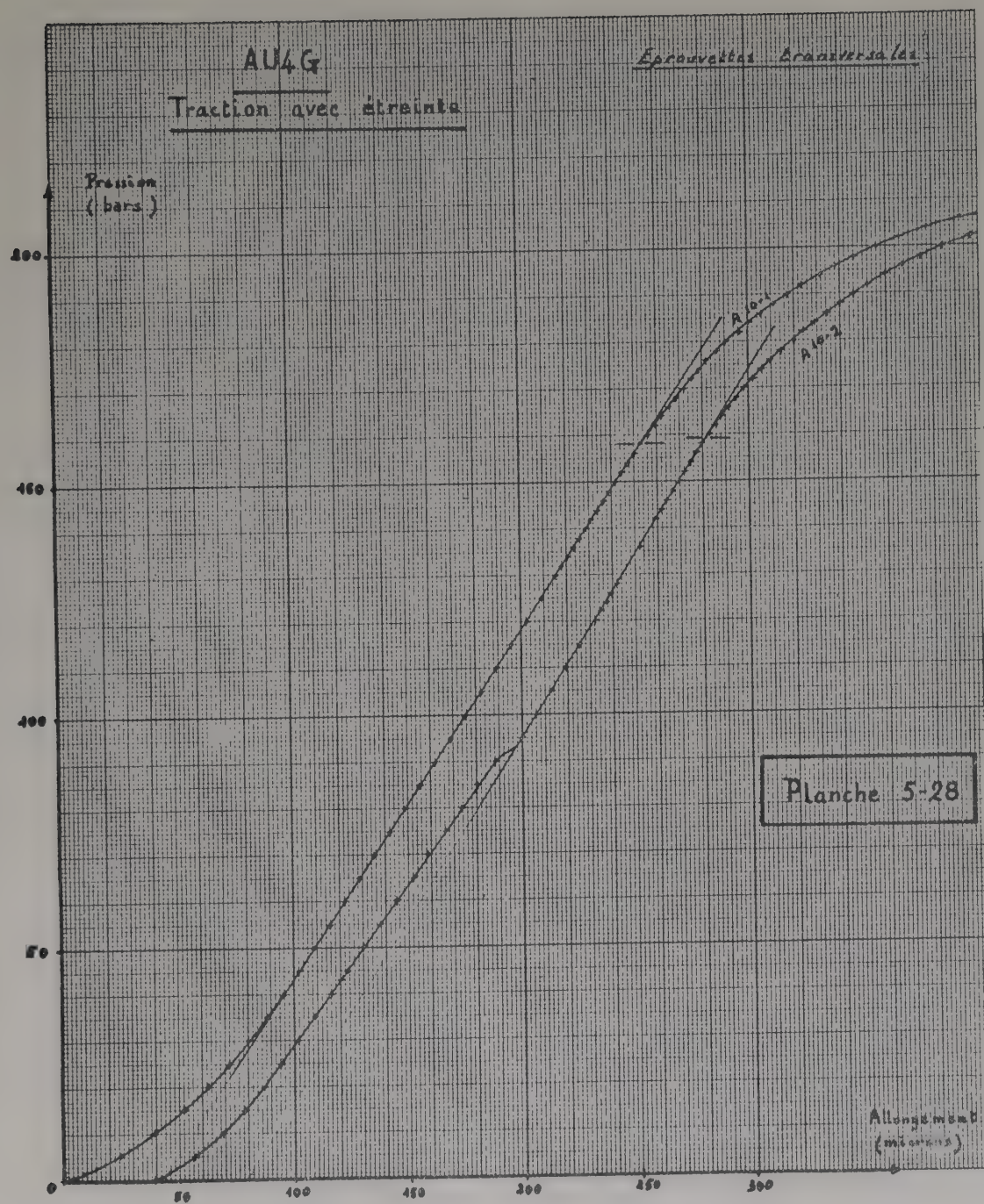
REPERE	Section Diamètre	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A 14 N	$\phi_{ext.}$	11,122	,122	,122	,122	,122	,121	,120	,119	,118
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 14	$\phi_{ext.}$	11,114	,114	,114	,114	,114	,113	,112	,116	,118
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 14 S	$\phi_{ext.}$	11,115	,113	,110	,108	,106	,108	,110	,113	,115
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 10 1	$\phi_{ext.}$	11,173	,173	,173	,172	,172	,172	,173	,175	,176
	$\phi_{int.}$	10,006	,006	,005	,005	,005	,004	,004	,004	,004
A 10 2	$\phi_{ext.}$	11,167	,167	,168	,169	,169	,170	,171	,172	,173
	$\phi_{int.}$	10,007	,006	,004	,003	,002	,001	,000	9,999	9,998
A 15 N	$\phi_{ext.}$	11,098	,098	,098	,099	,099	,099	,098	,098	,098
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 15	$\phi_{ext.}$	11,104	,102	,100	,098	,096	,098	,100	,102	,104
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 15 S	$\phi_{ext.}$	11,111	,108	,105	,101	,098	,100	,102	,104	,106
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 16 N	$\phi_{ext.}$	11,113	,112	,110	,109	,108	,108	,108	,108	,110
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 16	$\phi_{ext.}$	11,110	,108	,104	,100	,098	,100	,102	,103	,104
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 16 S	$\phi_{ext.}$	11,104	,104	,103	,103	,102	,102	,101	,100	,100
	$\phi_{int.}$	10,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
A 10 5	$\phi_{ext.}$	11,178	,175	,172	,171	,170	,170	,169	,168	,168
	$\phi_{int.}$	10,005	,005	,005	,004	,003	,003	,002	,002	,002
A 10 6	$\phi_{ext.}$	11,162	,162	,161	,160	,162	,164	,166	,170	,172
	$\phi_{int.}$	10,004	,004	,003	,002	,001	,000	,000	,000	,000

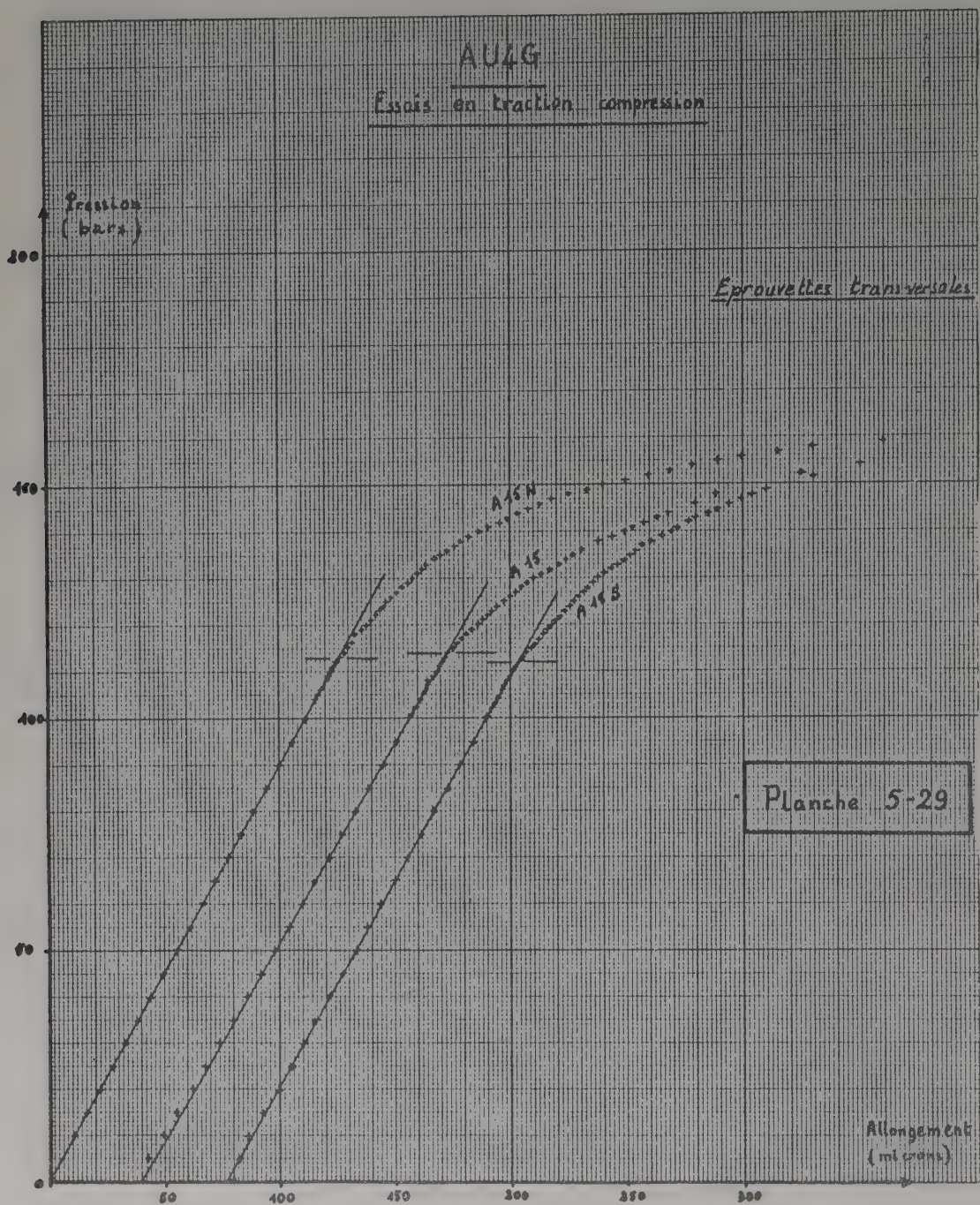
Tableau 5 - 24

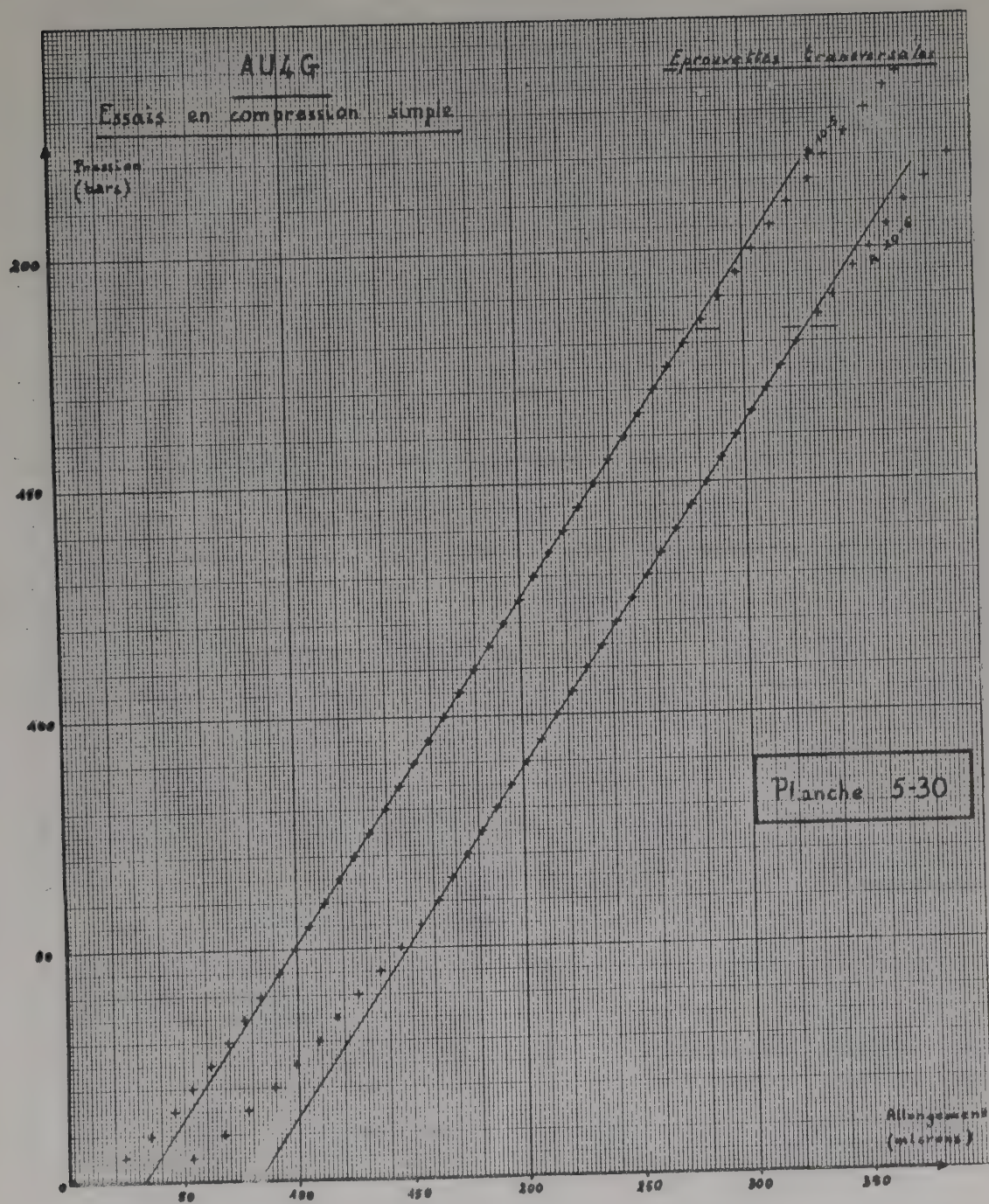












Alliage léger
Eprouvettes en long

TENSEUR D' ACTION

Etat de contraintes	Repère de l'éprouvette	Dimensions nominales			Pression critique (bars)	Contraintes principales (hectobars)			
		ϕ_e (mm)	ϕ_1 (mm)	$\frac{\Delta e}{e}$		$\sigma_I = \sigma_a$	$\sigma_{II} = \sigma_\nu$	$\sigma_{III} = \sigma_\theta$	cercle de Mohr ϕ
Traction avec étreinte	A 20 1	11,111	10,018	$7 \cdot 10^{-3}$	184	30,20	-1,84	-1,84	32,04
	A 20 3	11,113	10,019	$3 \cdot 10^{-3}$	184	30,16	-1,84	-1,84	32,00
	A 20 7	11,108	10,021	$3 \cdot 10^{-3}$	184	30,37	-1,84	-1,84	32,22
	MOYENNE					30,28	-1,84	-1,84	32,12
Traction compression	A 22 1	11,111	10,022	$7 \cdot 10^{-3}$	151	18,28	-0,75	-14,65	32,93
	A 22 3	11,107	10,023	$1 \cdot 10^{-3}$	150	18,25	-0,75	-14,62	32,87
	A 22 7	11,113	10,022	$5 \cdot 10^{-3}$	150	18,12	-0,75	-14,53	32,65
	A 10 7	11,167	10,004	$3 \cdot 10^{-3}$	162	18,25	-0,81	-14,75	33,00
	A 10 8	11,161	9,998	$8 \cdot 10^{-3}$	160	18,04	-0,80	-14,55	32,60
	MOYENNE					18,19	-0,77	-14,62	32,81
Compression pure	A 21 1	11,107	10,016	$5 \cdot 10^{-3}$	138	-24,08	0	0	24,08
	A 21 3	11,115	10,022	$6 \cdot 10^{-3}$	138	-24,02	0	0	24,02
	A 21 7	11,115	10,020	$8 \cdot 10^{-3}$	138	-24,04	0	0	24,04
	A 10 3	11,171	10,002	$6 \cdot 10^{-3}$	148	-24,04	0	0	24,04
	A 10 4	11,157	10,000	$8 \cdot 10^{-3}$	147	-24,15	0	0	24,15
	MOYENNE					-24,07	0	0	24,07

Tableau 5 - 31

Alliage léger

Eprouvettes en travers

TENSEUR D' ACTION

Etat de contraintes	Repère de l'éprouvette	Dimensions nominales			Pression critique (bars)	Contraintes principales (hectobars)			
		ϕ_e (mm)	ϕ_1 (mm)	$\frac{\Delta e}{e}$		$\sigma_I = \sigma_\theta$	$\sigma_{II} = \sigma_\nu$	$\sigma_{III} = \sigma_a$	cercle de Mohr ϕ
Traction avec étreinte	A 10 1	11,173	10,005	$4 \cdot 10^{-3}$	158	- 1,58	- 1,58	24,10	25,68
	A 10 2	11,169	10,002	$13 \cdot 10^{-3}$	159	- 1,59	- 1,59	24,29	25,88
	MOYENNE					- 1,58	- 1,58	24,19	25,78
Traction compression	A 15 N	11,098	10,000	$1 \cdot 10^{-3}$	113	- 10,86	- 0,56	13,61	24,46
	A 15	11,100	10,000	$7 \cdot 10^{-3}$	114	- 10,88	- 0,57	13,70	24,58
	A 15 S	11,104	10,000	$12 \cdot 10^{-3}$	113	- 10,80	- 0,56	13,52	24,32
	MOYENNE					- 10,85	- 0,56	13,61	24,45
Compression pure	A 10 5	11,171	10,004	$6 \cdot 10^{-3}$	183	0	0	- 29,78	29,78
	A 10 6	11,162	10,001	$13 \cdot 10^{-3}$	183	0	0	- 29,95	29,95
	MOYENNE					0	0	- 29,86	29,86

ESSAIS SUR MACHINE AMSLER

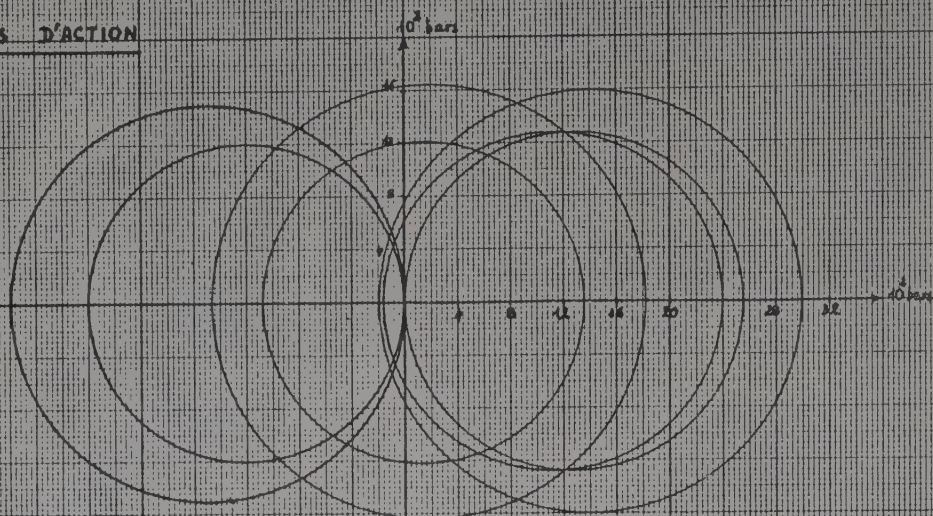
Traction pure	A 14 N	11,120	10,000	$4 \cdot 10^{-3}$	MOYENNE	0	0	25,30	25,30
	A 14	11,114	10,000	$5 \cdot 10^{-3}$		0	0	25,44	25,44
	A 14 S	11,110	10,000	$8 \cdot 10^{-3}$		0	0	25,82	25,82
						0	0	25,52	25,52
Compression pure	A 16 N	11,109	10,000	$5 \cdot 10^{-3}$	MOYENNE	0	0	- 29,92	29,92
	A 16	11,103	10,000	$11 \cdot 10^{-3}$		0	0	- 30,09	30,09
	A 16 S	11,102	10,000	$4 \cdot 10^{-3}$		0	0	- 30,11	30,11
						0	0	- 30,04	30,04

Tableau 5 - 32

AU46 - CERCLES DE MOHR

ESSAIS SUR EPROUVETTES TUBULAIRES

TENSEURS D'ACTION



RESULTANTE DES TENSEURS D'ACTION ET DU TENSEUR D'ANISOTROPIE

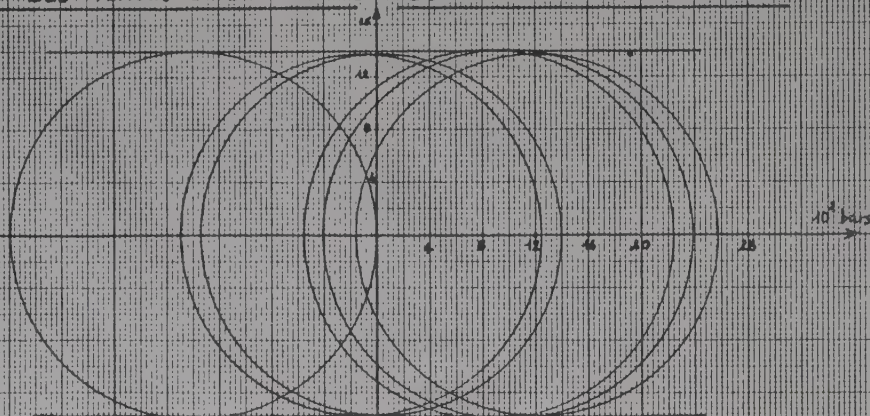


Planche 5-33

L'anisotropie du matériau, bien mise en évidence par ces résultats, doit être, d'après le mode d'élaboration de la billette, une anisotropie de révolution autour de l'axe parallèle à la contrainte principale, σ_I s'exerçant parallèlement à l'axe de la billette.

En prenant un tenseur d'anisotropie de la forme

$$\Delta \sigma_I = A$$

$$\Delta \sigma_{II} = B + C \sigma_{II}$$

$$\Delta \sigma_{III} = B + C \sigma_{III}$$

A, constante négative (signe attribué aux contraintes de compression) d'après le mode d'élaboration de la barre, (qui doit donner, a priori, une limite élastique à la traction plus élevée qu'à la compression dans le sens axial) nous avons cherché, par approximations successives, à obtenir des valeurs variant de manière régulière pour le diamètre des sept grands cercles de Mohr correspondant aux nouveaux tenseurs définis par addition du tenseur d'anisotropie aux tenseurs d'action représentés sur les tableaux 5 - 31 et 5 - 32.

Nous avons ainsi obtenu $A = -410$ bars ; $B = 0$; $C = -0,07$, donnant par surcroît la même valeur aux diamètres considérés.

La correction des résultats expérimentaux par le tenseur d'anisotropie :

$$\Delta \sigma_I = -410 \text{ bars}$$

$$\Delta \sigma_{II} = -0,07 \sigma_{II}$$

$$\Delta \sigma_{III} = -0,07 \sigma_{III}$$

défini par deux paramètres seulement, donne aux sept grands cercles de Mohr un diamètre dont la valeur figure sur le tableau 5 - 34.

Nous avons représenté sur la moitié inférieure de la planche 5 - 33 les résultats ainsi obtenus : les nouveaux cercles de Mohr admettent pratiquement une enveloppe constituée par deux droites parallèles à ± 1400 bars de l'axe. Nous sommes ainsi ramenés au cas du matériau isotrope.

$$\begin{array}{c} \div \\ \div \quad \div \\ \div \end{array}$$

RÉSULTANTE DU TENSEUR D'ACTION et DU TENSEUR D'ANISOTROPIE

$$\begin{cases} \Delta\sigma_I = -4,10 \\ \Delta\sigma_{II} = -0,07\sigma_{II} \\ \Delta\sigma_{III} = -0,07\sigma_{III} \end{cases}$$

Eprouvettes		Etat de contraintes	Tenseur d'action (hectobars)				Tenseur d'action + Tenseur d'anisotropie (hectobars)			
Sens	Repère		σ_I	σ_{II}	σ_{III}	Cercle de Mohr ϕ	$\sigma_I + \Delta\sigma_I$ $= \sigma_I - 4,10$	$\sigma_{II} + \Delta\sigma_{II}$ $= 0,93\sigma_{II}$	$\sigma_{III} + \Delta\sigma_{III}$ $= 0,93\sigma_{III}$	Cercle de Mohr ϕ
Travers	A 14 N	Traction pure	0	0	25,52	25,52	- 4,10	0	23,73	27,83
	A 14									
	A 14 S									
Travers	A 10 1	Traction avec étréinte	- 1,58	- 1,58	24,19	25,78	- 5,68	- 1,47	22,50	28,18
	A 10 2									
Long	A 20 1	Traction avec étréinte	30,28	- 1,84	- 1,84	32,12	26,18	- 1,71	- 1,71	27,89
	A 20 3									
	A 20 7									
Travers	A 15 N	Traction compres- sion	- 10,85	- 0,56	13,61	24,45	- 14,95	- 0,52	22,74	27,69
	A 15									
	A 15 S									
Long	A 22 1	Traction compres- sion	18,19	- 0,77	- 14,62	32,81	14,09	- 0,72	- 13,60	27,69
	A 22 3									
	A 22 7									
	A 10 7									
	A 10 8									
Travers	A 16 N	Compres- sion pure	0	0	- 30,04	30,04	- 4,10	0	- 27,94	27,94
	A 16									
	A 16 S									
Travers	A 10 5	Compres- sion pure	0	0	- 29,86	29,86	- 4,10	0	- 27,77	27,77
	A 10 6									
Long	A 21 1	Compres- sion pure	- 24,07	0	0	24,07	- 28,17	0	0	28,17
	A 21 3									
	A 21 7									
	A 10 3									
	A 10 4									

Tableau 5-34

CONCLUSION

Nous avons recherché les valeurs principales du tenseur des contraintes donnant lieu à l'apparition de l'écoulement plastique sur des éprouvettes tubulaires .

La recherche du seuil de plasticité était influencée par l'anisotropie et l'hétérogénéité du matériau .

Nous avons vu sur des tôles en acier au carbone pour soudure (qualité 55 kg/mm²) que l'anisotropie et l'hétérogénéité étaient relativement faibles : de l'ordre de quelques centièmes des caractéristiques mécaniques .

Sur un acier inoxydable isotrope, l'influence de la contrainte principale moyenne s'est révélée parfaitement négligeable et nous avons pu mettre en évidence une courbe intrinsèque inclinée sur son axe de symétrie .

Sur un alliage léger type AU 4 G brut de filage , donc fortement anisotrope, nous avons montré comment l'addition au tenseur d'action d'un tenseur d'anisotropie à symétrie de révolution de même axe que la barre, permettait de définir un matériau virtuel pour lequel le critère de la courbe intrinsèque se trouvait vérifié .

Le tenseur d'anisotropie aurait pour valeurs principales des fonctions, en première approximation linéaire , des valeurs principales du tenseur d'action. Fixé par l'histoire du matériau, il caractériserait son « hérédité » [64] .

Un tel critère doit bien sûr être considéré comme une approximation, compte tenu du mécanisme propre des premières déformations plastiques et de l'homogénéité seulement statistique des matériaux . Sa définition est liée à la précision même des appareils de mesure utilisés , et , en particulier, à l'amplification adoptée pour lire les allongements .

Divers auteurs ont jusqu'à présent proposé de définir ce critère par une formule mathématique faisant intervenir les trois valeurs principales du tenseur d'action sous forme d'un polynôme du

deuxième degré au moins .

Dans le cas des matériaux isotropes, nous préférons le critère de la courbe intrinsèque qui se déduit mathématiquement de la constatation suivante : le seuil de plasticité est déterminé par l'amorce d'un premier glissement permanent sur une facette , glissement qui a toujours pour cause l'action de la contrainte agissant directement sur la facette par sa grandeur et son obliquité, indépendamment des valeurs de la multiple infinité des autres vecteurs contraintes qui constituent le tenseur d'action des contraintes en chaque point .

Dans le cas des matériaux anisotropes, on peut admettre toujours qu'il y a relation de cause à effet , sur chaque facette, entre la direction de la contrainte et la valeur de cette contrainte qui provoque le premier glissement . Il semble alors possible de tenir compte de l'anisotropie, non plus par l'introduction de coefficients supplémentaires dans une formule mathématique définie pour les corps isotropes, mais par l'introduction d'un tenseur matériel d'anisotropie dont l'addition au tenseur de champ définit un nouveau tenseur d'action sur un matériau isotrope virtuel obéissant alors aux lois habituelles .

Si le cercle principal de Mohr de ce nouveau tenseur d'action est à l'intérieur de la courbe intrinsèque virtuelle, le comportement du matériau demeure élastique .

Si le cercle principal de Mohr de ce nouveau tenseur d'action est tangent à la courbe intrinsèque virtuelle, les premiers glissements se produiront sur des facettes dont la direction réelle sera donnée par la position du point de contact du cercle de Mohr avec la courbe intrinsèque dans le système virtuel .

ANNEXE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] - A. CAQUOT

- Leçons sur la résistance des matériaux - Tome I -
Les principes - Cours de l'Ecole Nat. Sup. de l'Aéronautique,
Paris 1934 .
- [2] - J.L.M. MORRISSON

- The yield of mild steel
Proc. Inst. Mech. Eng. 142 (1940) 193 - 221
- [3] - G. COOK

- The upper and lower yield points in steel exposed to non uniform
distribution of stresses. Engineering 132 (1931) 343 - 345

 - The yield point and initial stages of plastic strain in mild steel.
Phil. Trans. Roy. Soc A 230 (1931) 103 - 147

 - The elastic limit of metals exposed to triaxial stress.
Proc. Roy. Soc. A 137 (1932) - 559 - 574 .
- [4] - G. COOK et A. ROBERTSON

- The strength of thick hollow cylinders under internal pressure.
Engineering 92 (1911) 786 - 789

 - The transition from the elastic to the plastic state in mild steel.
Proc. Roy. Soc. A 88 (1913) 462 - 471 .
- [5] - B.P. HAIGH

- The strain energy function and the elastic limit .
Engineering 109 (1920) 158 - 160
- [6] - H.M. WESTERGAARD

- On the resistance of ductile materials to combined stresses in
two or three directions perpendicular to one another.
J. Franklin Insitute (may 1920) 627 - 640 .
- [7] - P. VERNOTTE

- Les singularités des courbes expérimentales .
 La limite élastique des métaux déduite d'une singularité du
diagramme contrainte - déformation .

Incertitude de la détermination des singularités expérimentales et limites qu'apporte cette incertitude à l'objectivité scientifique.

Publ. Sci. et Techn. de la Dir. des Ind. Aéronautiques
(N° 192) 1944.

- [8] - NAVIER - Application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines (1826) 8°
1ère section « De la résistance des corps solides » p.1 - 88
- [9] - A. NADÁI - Theory of flow and fracture of solids -
Mac Graw Hill - 1950. 572 p.
- [10] - P.W. BRIDGMAN - Effect of high hydrostatic pressure on the plastic properties of metals .
Rev. Mod. Phys. 17 (1945) p. 3 .

- Effect of hydrostatic pressure on plasticity and strength.
Research (G.B.) 2 (1949) N° 12(550 - 555.)
- [11] - H. TRESCA - Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions .
Cte rend. Acad. des Sciences 59 (1864) 754 - 758 et 64 (1867) 809 - 812 -
Mem. Sav. Acad. Sciences 18 (1868) 733 - 799 - 20 (1872) .
75 - 133 - 281 et 286 .

- Sur les applications de l'écoulement des corps solides au laminage et au forgeage .
C.R. Acad. des Sciences 64 (1867) 1132 - 1136 .

- Mémoire sur le poinçonnage et la théorie mécanique de la déformation des métaux .
C.R. Acad. des Sciences 68 (1869) 1197 - 1202 .

- Preuve théorique de l'égalité des deux coefficients de résistance au cisaillement et à l'extension ou à la compression dans le mouvement continu des solides ductiles au-delà des limites de leur élasticité.
C.R. Acad. Sciences 70 (1870) p.309 - 311 , rapporté par M. de St-Venant .
- [12] - C. DUGUET - Limite d'élasticité et résistance à la rupture
2ème partie - Statique générale - Paris (1885) p. 47 .
- [13] - J. GUEST - On the strength of ductile materials under combined stress .
Phil. Mag. 50 (1900) - 69 - 132 .
- [14] - BURTON P. - A modification of the Coulomb Mohr theory of fracture
J. Appl. Mech. 28 (1961) N° 2(259 - 268)

- [15] - GOUZOU J. - Recherche d'un nouveau critère de plasticité valable pour un matériau homogène et quasi isotrope et en particulier pour un acier .
C.R. Acad. Sci. 254 N° 19 (7 Mai 1962) p. 3363 - 3365 .
- [16] - R. VON MISES - Mechanik der festen Körper in plastisch deformablen Zustand.
Nachr Ges. Wiss. Göttinger Math. Phys. Klasse (1913) 582 .
- [17] - J. MORRISON - The criterion of yield of gun steels
Inst. of. Mech. Eng. Proc. 159 (1948) 81 - 95
- [18] - R. WECK - An account of M. Henri Schnadt's ideas on the strength of materials and his testing methods.
Trans. of the Inst. of Welding (April 1950) 41 - 56 .
- [19] - H. HENCKY - Zur theory plastischer Deformationen und der hier durch im Material hervorgerufenen Nachspannungen .
Zeit. Ang. Math. Mechanik 4 (1924) 323 - 334 .
- Über das Wesen der plastischer Verformung .
Zeit. Ver. deutsch. Ing. 69 (1925) 695 - 696 .
- Zur theory plastischer Deformationen un der hier durch im Material hervorgerufenen Nebenspannungen .
Proceedings of the 1st international Congres for applied mechanics Delft (1924) p. 312 - 317 .
- [20] - M.J. HUBER - Die spezifische Formänderungs arbeit als Mass der Amstrennung .
Czasopismo techniczne Lemberg 22 (1904) p. 81
Proceedings of the first inter. Congr. for appl. mech. Delft (1924) - p. 317 .
- [21] - R. HILL - The mathematical theory of plasticity -
Oxford Clarendon Press (1955) . 355 p.
- [22] - F. SCHLEICHER - Die Energiegrenze der Elastizität (Plastigitätsbedingung)
Zeit angev. Math. Mechanik 5 (1925) 478 - 479 .
- Der Spannungszustand an der Fliessgrenze (Plastizitätsbedingung).
Zeit angev. Math. Mechanik 6 (1929) 199 - 216 .
- [23] - C. TORRE - Über den plastischen Körper von Prandtl Zur Theory des Mohrschen Grenzkurve .
Oesterr. Ing. Arch. 1 (1946 - 1947) 36 - 50 .
- Einfluss der Mittleren Hauptnormalspannung auf die Fliess und Bruchgrenze .
Oesterr. Ing. Arch. 1 (1946 - 1947) 316 .

- Die Grenzzustände Statisch beanspruchter Stoffe .
Schweiss Arch. ang. Viss. u. Techn. 15 (1949) 116 et 145 .
- [24] - J. MANDEL - Cours de mécanique - Ecole Polytechnique
Ière Division (1954) p. 328 .
- [25] - G. SACHS - Zur Ableitung einer Fließbedingung
Zeits. Ver. deut. Ing. 72 (1928) 734 - 736 .
- [26] - H.L. COX and D.G. SOPWITH

- The effect of orientation on stresses in single crystals and of
random orientation on strength of polycrystalline aggregates .
Proc. Phys. Soc. 49 (1937) 134 .
- [27] - U. DEHLINGER - Die Fließbedingung bei mehrachsigen Spannungszustand viel
kristalliner Metalle.
Zeits Metallkunde 35 (1943) 182- 184 .
- [28] - W.C. JOHNSTON et J.J. GILMAN

- Dislocation velocities , dislocation densities, and plastic flow in
Lithium fluoride crystals .
Journal of applied physics 30 (1959) p. 129 - 144 .
- [29] - CONRAD - On the mechanism of yielding and flow in iron .
J. IRON Steel Inst. 198 (1961) 364 - 375 .
- [30] - J.R. RAUZINE - Etude de certaines particularités du stade initial concernant la dé-
formation plastique .
Fis. Metallov. i. Metallovedenie 8 (1959) 225 - 234 - Trad. IRSID.
1554 .
- [31] - M.J. SINNOTT - Etude théorique et pratique de l'état solide .
Trad. R. Lassaigue Paris Eyrolles 1961 .
- [32] - H. DERESIEWICZ - Stress Strain relations for a simple model of granular medium .
J. Appl. Mech. 25 (1958) 402 - 406 .
- [33] - J.F. BESSELING - A theory of elastic, plastic and creep deformations of an initially
isotropic material showing anisotropic strain hardening, creep
recovery and secondary creep .
J. Appl. Mech. 25 (1958) 529 - 536 .

- [34] - O. MOHR - Welche Umstände bedingen Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materiales .
Zeits Ver. Deutsch. Ing. 44 (1900) 1524 - 1530 et 1572 - 1577 .
- Zur Festigkeitslehre .
Zeits Ver. Deutsch Ing. 45 (1901) 740 - 744 .
- [35] - L. DURAND CLAYE - Mémoire sur les procédés d'essais de la résistance des pierres, ciment et autres matériaux de construction .
Annales des Ponts & Chaussées (1888)
Mémoires et Documents - 2ème semestre - p. 173 - 211 .
- [36] - HAREL de la NOE - Déformations et conditions de la rupture dans les corps solides .
Annales des Ponts & Chaussées (1900)
Mémoires et Documents 2 p. 180 - 233 .
- [37] - R. FERET - Recherches sur les résistances à la rupture des matériaux isotropes non ductiles .
Application aux essais de pierres , mortiers , etc
Congrès International des méthodes d'essais des matériaux de construction (Paris - 9 - 16 Juillet 1900 - Dunod - 52 p.)
- [38] - L. PRANDTL - Über die Härte plastischer Körper
Nach Ges. Wiss. Göttingen (1920) 74 - 85
- Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneider .
Zeits. ang. Math. Nach. 1 (1921) 15 - 20
- Spannungsverteilung in plastischer Körper
Proceed of the 1rst Congres for appl. mech. Delft (1924) p. 43 - 54
- [39] - TIMOSHENKO - Strength of materials
Advanced theory and problems D. Van Nostrand
Princeton N.J. (1956) 572 p.
- [40] - A. CAQUOT - L'exploitation par l'Ingénieur de la résistance de la matière .
Le Génie Civil 103 (1933) 436 .
- Définition du domaine élastique dans les corps isotropes - Courbes intrinsèques de résistance élastique apparente et de résistance élastique vraie .
Proc. of the 4th int. Cong. of appl. Mech. Cambridge (1934) 24 - 35 .

- [41] - J. COURBON - Cours de résistance des matériaux -
Ecole Nat. Sup. des Ponts & Chaussées - Paris (1952 - 1953)
- [42] - M. PROT - Recherches sur les propriétés mécaniques des matériaux
Publics, Sci. Techn. du Minist. de l'Air N° 196 -
Gauthier Villars (1945) in 8° .
- [43] - A. LEON - Über die Rolle des Trennungbruches im Rahmen des Mohrschen
Anstrengungshypothese .
Der Bauingenieur 15 (1934) 318 .
- Über die Verbindung von Trenn und Schubbruch
Proc. 4th Int. Congr. Appl. Mech. Cambridge England 1934, p. 211 .
- [44] - J. MARIN and L.W. HU - On the validity of assumptions made in theories of plastic flow for
metals .
Trans. ASME 75 (1953) 1181 - 1190 .
- [45] - A. PHILIPS and J.A. GRAY - Experimental investigations of corners on the yield surface .
J. Basic. Eng. 83 (1961) 275 - 288 .
- [46] - L.W. HU and J.F. BRATT - Effect of tensile plastic deformation on yield condition.
J. Appl. Mech. 25 (1958) 411 - 412 .
- [47] - T. OTA - A. SHINDO and H. FUKUOKA - A consideration on anisotropic yield criterion.
Proc. of the 9th Jap. Congr. Appl. Mech. Nagoya 1959 -
Tokyo Sci. Coun. Jap. 1960 p. 117 - 120 .
- [48] - W. OLSZAK et W. URBANOWSKI - Quelques problèmes fondamentaux relatifs à la théorie des milieux
elastoplastiques anisotropes et non homogènes .
Bull. Centre Et. Rech. Essais Sci. Génie Civil Belg.
(1959) 10 293 .
- [49] - J.F. NYE - Physical properties of crystals -
Clarendon Press Oxford 1957
Trad. D. Blanc et T. Pujol - Dunod 1961 - 344 p.

- [50] - W. LODE - Versuche über der Einfluss der mittleren Hauptspannung auf die Fließgrenze .
Zeits ang. Math. Mech. 5 (1925) p. 142 - 144 .
- [51] - TAYLOR and H. QUINNEY
- The plastic distorsion of metals
Phil. Trans. Roy. Soc. London série A. vol. 230
(nov. 1931) p. 323 - 362 .
- [52] - M. PROT - Courbe intrinsèque , cohésion , fragilité .
Revue générale de Mécanique (Nov. 1950) 405- 413 .
- [53] - M. VATANABE et Y. IDEGUCHI
- Propriétés anisotropes de l'acier laminé et étude expérimentale de leur origine .
J. Zosen Kiokai Jap. 100 159 - 166
- [54] - A. KAMBAYASCHI - Anisotropie mécanique des tôles d'acier laminées à chaud .
J. Jap. Soc. 29 (1960) 16 - 19 .
- [55] - T. OKURO - On the relation between reduction ratio and mechanical properties of killed steel plates .
Tetsu to Hagané 47 (Octobre 1961) 1954 - 1601 .
- [56] - R.L. WHITELEY - The importance of directionality in drawing quality sheet steels .
Trans. Amer. Soc. Metals 52 (1960) 154 - 160 .
- [57] - E.K. ASHKENAZI - Anisotropie de résistance des aciers de construction .
Zh. Tekh. Fis. 555 R. 31 (1961) N° 5 - 630 - 632 .
- [58] - I. V. NAVROTSKI et L. V. KRIVENKO
- Influence d'une structure de bande sur l'anisotropie mécanique et la température de transition des aciers de construction .
Stal. (Avril 1961) 21 N° 4 , p. 350 - 354 - Trad. CDS :IT 3541 .
- [59] - A. KRUPOWSKI et S. KAWINSKI
- The phonenon of anisotropy in annealed polycrystalline metals .
Journ. of the inst. of metals 75 (1949) 869 - 880 .

- [60] - TRUSZKOWSKI - Arch. Hutnictwa 1 (1956) 171
- The problem of the anisotropy of metals after plastic deformation.
The method of determination of the degree of anisotropy in polycrystalline metals .
Acta Metall. Sinica 4 (Juin 1959) 131 - 134 .
- [61] - W. TRUSZKOWSKI et Z. BOJARSKI
- Sur l'anisotropie de l'acier inoxydable étiré à froid .
Mem. Sci. Rev. Metall. (Février 1962) 112 .
- [62] - P. LELONG - Particularités métallurgiques résultant de l'extension par filage direct .
Revue GAMI (mai - juin 1959) 24 - 32 .
- [63] - F. LESBE - Contribution à l'étude de l'effet de presse
Thèse 3ème cycle - Paris 1960 -
- [64] - G. COLONNETTI - La résistance des matériaux , état actuel et perspectives .
Mem. du Group. Avanc. Math. Anal. Contr. Tome IV N° 3 (Juillet 1961)..

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté :

ETUDE DE LA PULVERISATION D'UN LIQUIDE SOUS PRESSION

VU :

Le Directeur de la Thèse

Président du Jury :

Y. PIRONNEAU

VU ET APPROUVE :

Le Doyen de la Faculté des Sciences :

G. BRILLOUET

VU ET PERMIS D'IMPRIMER

Nantes, le 29 Avril 1964

Le Recteur de l'Académie de Nantes :

M. SCHMITT

